UNIVERSITI PUTRA MALAYSIA

PENGANGGARAN HASIL TAMBAH EKSPONEN BERGANDA DUA PEMBOLEHUBAH

SITI HASANA SAPAR.

IPM 2006 2

PENGANGGARAN HASIL TAMBAH EKSPONEN BERGANDA DUA PEMBOLEHUBAH

SITI HASANA SAPAR

DOKTOR FALSAFAH
UNIVERSITI PUTRA MALAYSIA

2006

PENGANGGARAN HASIL TAMBAH EKSPONEN BERGANDA DUA PEMBOLEHUBAH

Oleh

SITI HASANA SAPAR

Tesis Ini Dikemukakan Kepada Sekolah Pengajian Siswazah, Universiti Putra Malaysia, Sebagai Memenuhi Keperluan Untuk Ijazah Doktor Falsafah

Oktober 2006

SALAM KASIH DAN SAYANG BUAT

Sapar Dimen
Aishah Kassan

Ajwad Abu Hassan
Nurul Atikah
Nur Amanina
Nurul Nuha
serta ahli-ahli keluarga

'Sesungguhnya yang baik itu daripada Allah S.W.T dan yang buruk itu daripada kelemahan diri saya sendiri'

Abstrak tesis yang dikemukakan kepada Senat Universiti Putra Malaysia sebagai memenuhi keperluan untuk ijazah Doktor Falsafah

PENGANGGARAN HASIL TAMBAH EKSPONEN BERGANDA DUA PEMBOLEHUBAH

Oleh

SITI HASANA BINTI SAPAR

Oktober 2006

Pengerusi : Profesor Dato' Kamel Ariffin Bin Mohd Atan, PhD

Institut : Penyelidikan Matematik

Katakan $\underline{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ suatu vektor dalam ruang Z^n dengan Z menandakan gelanggang integer. Katakan q integer positif dan f suatu polinomial dalam $\underline{x}$ berpekalikan unsur dalam Z. Hasil tambah eksponen yang disekutukan dengan f ditakrifkan sebagai

$$S(f;q) = \sum e^{\frac{2\pi i f(\underline{x})}{q}}$$

di mana hasil tambah dinilaikan di dalam set reja lengkap modulo q.

Peranan anggaran $S(f;q)$ adalah penting dalam bidang kajian teori nombor analisis. Ianya dapat membantu menghasilkan keputusan-keputusan yang lebih jitu dalam masalah-masalah berkaitan. Seperti yang telah ditunjukkan oleh beberapa penyelidik terdahulu, antaranya Loxton dan Smith, nilai $S(f;q)$ adalah bersandar kepada penganggaran bilangan unsur |V| yang terdapat dalam set

$$V = \{\underline{x} \bmod q \mid \underline{f}_{\underline{x}} \equiv \underline{0} \bmod q\}$$

dengan $\underline{f}_{\underline{x}}$ menandakan polinomial-polinomial terbitan separa f terhadap $\underline{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Kajian yang dijalankan merupakan lanjutan daripada kajian pengkaji-pengkaji dahulu. Penyelidikan ini menumpukan kepada masalah penentuan anggaran hasil tambah eksponen bagi polinomial-polinomial tertentu berdarjah lebih daripada empat. Pendekatan yang dilakukan ialah dengan menggunakan kaedah p-adic dan penelitian terhadap gabungan gambarajah penunjuk yang disekutukan dengan polihedron Newton polinomial-polinomial terbitan separa bagi setiap polinomial yang dikaji.

Abstract of thesis presented to Senate of Universiti Putra Malaysia in fulfilment of the requirement for degree of Doctor of Philosophy

AN ESTIMATION OF MULTIPLE EXPONENTIAL SUMS IN TWO VARIABLES

By

SITI HASANA BINTI SAPAR

October 2006

Chairman : Professor Dato' Kamel Ariffin Bin Mohd Atan, PhD

Institute : Mathematical Research

Let $\underline{x}=(x_1,x_2,...,x_n)$ be a vector in the space Z^n with Z ring of integers and q be a positive integer, f a polynomial in $\underline{x}$ with coefficients in Z. The exponential sum associated with f is defined as

$$S(f;q)=\sum e^{\frac{2\pi i f(\underline{x})}{q}}$$

where the sum is taken over a complete set of residues modulo q.

The estimation of $S(f;q)$ is important in several areas of Analytic Number Theory. Its application helps to yield more accurate results in related problems. As shown by several earlier researchers, among whom were Loxton and Smith, the value of $S(f;q)$ depends on the estimation of the number |V|, the number of elements contained in the set

$$V=\{\underline{x} \bmod q \mid \underline{f}_{\underline{x}} \equiv \underline{0} \bmod q\}$$

with $\underline{f}_{\underline{x}}$ the partial derivative of f with respect to $\underline{x}=(x_1,x_2,...,x_n)$.

Our research is a continuation of research done before. This research concentrates on the problem of determining an estimation of the exponential sums for two variables polynomials of degree more than four. The approach is by using p-adic methods and carrying out analysis on the combinations of indicator diagrams associated with Newton polyhedron of the partial derivative polynomials for each polynomial examined.

PENGHARGAAN

Dengan nama Allah yang Maha Pemurah lagi Maha Mengasihani. Kesyukuran yang tidak terhingga kehadrat Ilahi kerana dengan limpah kurnianya dapat saya menyiapkan tesis ini.

Pertama sekali jutaan terima kasih diucapkan kepada Pengerusi Jawatankuasa Penyeliaan iaitu Profesor Dato' Dr. Kamel Ariffin bin Mohd Atan di atas segala kesabaran, sokongan, bantuan dan bimbingan beliau dapat saya menyelesaikan tesis ini.

Ribuan terima kasih juga diucapkan kepada Profesor Madya Dr. Mohamad Rushdan bin Md Said dan Profesor Madya Dr. Beakbeav Ural kerana bantuan dan tunjukajar yang telah diberikan disepanjang saya menyelesaikan tesis ini.

Akhir sekali saya ingin merakamkan penghargaan ahli keluarga terutamanya Emak, Abah, suami dan anak-anak kerana tidak jemu memberi dorongan dan semangat sehinggalah penulisan ini selesai.

Tidak lupa juga, terima kasih diucapkan kepada UPM kerana memberikan biasiswa dan cuti belajar disepanjang pengajian saya, rakan-rakan sekerja di Jabatan Matematik, UPM serta staf Institut Penyelidikan Matematik (INSPEM) dan juga rakan-rakan pelajar di INSPEM di atas segala bantuan dan perbincangan yang dilakukan.

Tesis ini telah dikemukakan kepada Senat Universiti Putra Malaysia dan telah diterima sebagai memenuhi keperluan untuk ijazah Doktor Falsafah. Ahli Jawatankuasa Penyeliaan adalah seperti berikut:

Dato' Kamel Ariffin Mohd Atan, PhD
Profesor
Institut Penyelidikan Matematik
Universiti Putra Malaysia
(Pengerusi)

Mohamad Rushdan Mohd Said, PhD
Profesor Madya
Fakulti Sains
Universiti Putra Malaysia
(Ahli)

Bekbaev Ural, PhD
Profesor Madya
Fakulti Sains
Universiti Putra Malaysia
(Ahli)

AINI IDERIS, PhD
Profesor/ Dekan
Sekolah Pengajian Siswazah
Universiti Putra Malaysia

Tarikh : 16 JANUARI 2007

PERAKUAN

Saya mengaku bahawa tesis ini adalah hasil kerja saya yang asli melainkan petikan dan sedutan yang telah diberi penghargaan di dalam tesis. Saya juga mengaku bahawa tesis ini tidak dimajukan untuk ijazah-ijazah lain di Universiti Putra Malaysia atau di institusi-institusi lain.

SITI HASANA SAPAR

Tarikh : 14 NOVEMBER 2006

KANDUNGAN

		Muka surat
DEDIKASI		ii
ABSTRAK		iii
ABSTRACT		v
PENGHARGAAN		vii
PENGESAHAN		viii
PERAKUAN		x
SENARAI JADUAL		xiv
SENARAI RAJAH		xv
SENARAI SIMBOL DAN SINGKATAN		xviii
BAB		
1	**PENGENALAN**	1
	1.1 Penyusunan Tesis	1
	1.2 Sorotan Literatur	5
	1.3 Pernyataan Masalah	18
	1.4 Kepentingan Penyelidikan	19
2	**MEDAN *p*-ADIC DAN POLIGON NEWTON**	20
	2.1 Medan *p*-adic	20
	2.2 Poligon Newton	25
3	**POLIHEDRON NEWTON DAN GAMBARAJAH PENUNJUK**	33
	3.1 Polihedron Newton	33
	3.2 Vektor Normal ke Polihedron Newton	41
	3.3 Gambarajah penunjuk	42
4	**PERINGKAT *p*-ADIC PENSIFAR SEPUNYA**	48
	4.1 Peringkat *p*-adic pensifar suatu polinomial	48
	4.2 Persilangan Gambarajah Penunjuk	50
	4.3 Saiz *p*-adic pensifar sepunya	53
	4.3.1 Polinomial berdarjah lima	54
	4.3.2 Polinomial berdarjah tujuh	74
	4.3.3 Polinomial berdarjah *n*	95
5	**PERINGKAT p-ADIC BAGI PENSIFAR SEPUNYA POLINOMAL TERBITAN SEPARA PADA TITIK (0,0)**	118
	5.1 Saiz *p*-adic pensifar sepunya polinomial terbitan separa pada (0,0) bagi polinomial dengan sebutan dominan yang lengkap	118

5.1.1 Polinomial berdarjah lima dengan sebutan dominan lengkap 119
5.1.2 Polinomial berdarjah enam dengan sebutan dominan lengkap 127
5.1.3 Polinomial berdarjah tujuh dengan sebutan dominan lengkap 137

6 PENGITLAKAN SAIZ *p*-ADIC PENSIFAR SEPUNYA TERBITAN SEPARA POLINOMIAL PADA SEBARANG TITIK (x_0, y_0) 147
6.1 Pengitlakan saiz *p*-adic pensifar sepunya terbitan separa polinomial pada sebarang titik (x_0, y_0) 147
6.1.1 Pengitlakan polinomial berdarjah lima dengan sebutan dominan lengkap 154
6.1.2 Pengitlakan polinomial berdarjah enam dengan sebutan dominan lengkap 160
6.1.3 Pengitlakan polinomial berdarjah tujuh dengan sebutan dominan lengkap 166

7 PENGANGGARAN KEKARDINALAN SET PENYELESAIAN PERSAMAAN KONGRUEN 173
7.1 Penganggaran kekardinalan set $V(f_x, f_y; p^\alpha)$ 173
7.1.1 Penganggaran kekardinalan polinomial berdarjah lima dengan sebutan dominan lengkap 175
7.1.2 Penganggaran kekardinalan polinomial berdarjah enam dengan sebutan dominan lengkap 177
7.1.3 Penganggaran kekardinalan polinomial berdarjah tujuh dengan sebutan dominan lengkap 178

8 PENGANGGARAN HASIL TAMBAH EKSPONEN BERGANDA DALAM DUA PEMBOLEHUBAH 181
8.1 Hasil tambah eksponen 181
8.2 Hasil tambah Gaussan bentuk kuadratik 189
8.3 Penganggaran Hasil Tambah Eksponen $S(f; p^\alpha)$ 191
8.3.1 Penganggaran Hasil Tambah Eksponen $S(f; p^\alpha)$ bagi polinomial berdarjah lima dengan sebutan domian lengkap 193

8.3.2 Penganggaran Hasil Tambah Eksponen $S(f;p^{\alpha})$ bagi polinomial berdarjah enam dengan sebutan dominan lengkap 195
8.3.3 Penganggaran Hasil Tambah Eksponen $S(f;p^{\alpha})$ bagi polinomial berdarjah tujuh dengan sebutan dominan lengkap 197

9 KESIMPULAN DAN CADANGAN 199
9.1 Hasil kajian 199
9.2 Kesimpulan 207
9.3 Cadangan 211

RUJUKAN 213
BIODATA PENULIS 216

SENARAI JADUAL

Jadual		Muka surat
1	Permukaan maksimum yang terbentuk oleh polinomial	38

SENARAI RAJAH

Rajah		Muka surat
2.1	Poligon Newton bagi $f(x)=2x^2-7x-30$ dengan $p=2$	27
2.2	Poligon Newton bagi $f(x)=2x^3-x^2-x-36$ dengan $p=2$	28
2.3	Poligon Newton bagi $f(x)=x^4+\frac{4}{3}x^3-\frac{26}{3}x^2+12x-3$ dengan $p=3$.	28
2.4	Poligon Newton bagi $f(x)=36x^{24}+2x^{15}+8x^{10}+56x^3-128$ dengan $p=2$.	29
3.1	Gambarajah Newton bagi $f(x,y)=3x^2+2xy-y^2+27$ dengan $p=3$	34
3.2	Gambarajah Newton bagi $f(x,y)=x^2y^2+9x^2+3xy+x+18$ dengan $p=3$	34
3.3	Gambarajah Newton bagi $f(x,y)=2x^2+6y^2+3xy+9$ dengan $p=3$	35
3.4	Gambarajah Polihedron Newton bagi $f(x,y)=xy+3x+9$ dengan $p=3$	36
3.5	Gambarajah Polihedron Newton bagi $f(x,y)=3x^2+2xy-y^2+27$ dengan $p=3$	36
3.6	Gambarajah Polihedron Newton bagi $f(x,y)=9x^4+3x^3y+xy^2+9xy+3y^4+27$ dengan $p=3$	37
3.7	Gambarajah Polihedron Newton bagi $f(x,y)=3x^2y+xy+3xy^2+9$ dengan $p=3$.	37
3.8	Gambarajah penunjuk yang dikaitkan dengan N_f yang berasal dari polinomial $f(x,y)=xy+3x+9$ dengan $p=3$	45
3.9	$f(x,y)=3x^2+2xy-y^2+27$ dengan $p=3$ dengan N_f dipaparkan dalam Rajah 3.5	45

3.10	$f(x,y)=9x^4+3x^3+y+xy^2+9xy+3y^4+27$ dengan p=3 dan N_f dipaparkan dalam Rajah 3.6	46
4.1	Gambarajah penunjuk bagi $f(x,y)=8x+5y-15$ (garis putus-putus) dan $g(x,y)=10x+2y+30$ (garis lurus) dengan titik persilangan (1,1)	52
4.2	Gambarajah penunjuk bagi $F(U,V)=(5a+\lambda_1 b)U^2+s+\lambda_1 t$ dan $G(U,V)=(5a+\lambda_2 b)V^2+s+\lambda_2 t$	71
4.3	Gambarajah penunjuk bagi $F(U,V)=(7a+\lambda_1 b)U^2+s+\lambda_1 t$ dan $G(U,V)=(7a+\lambda_2 b)V^2+s+\lambda_2 t$	92
4.4	Gambarajah penunjuk bagi $F(U,V)=(na+\lambda_1 b)U^2+s+\lambda_1 t$ dan $G(U,V)=(na+\lambda_2 b)V^2+s+\lambda_2 t$	113
5.1	Gambarajah penunjuk bagi $F(U,V)=(5a+\lambda_1 b)U^4+s+\lambda_1 t$ dan $G(U,V)=(5a+\lambda_2 b)V^4+s+\lambda_2 t$	126
5.2	Gambarajah penunjuk bagi $F(U,V)=(5a+\lambda_1 b)U^5+s+\lambda_1 t$ dan $G(U,V)=(5a+\lambda_2 b)V^5+s+\lambda_2 t$	135
5.3	Gambarajah penunjuk bagi $F(U,V)=(7a+\lambda_1 b)U^6+s+\lambda_1 t$ dan $G(U,V)=(7a+\lambda_2 b)V^6+s+\lambda_2 t$	144
6.1	Bentuk am gambarajah polihedron Newton yang disekutukan dengan $f(x,y)$	149
6.2	Gambarajah penunjuk yang disekutukan dengan polihedron Newton $f(x,y)$	150
6.3	Bentuk am gambarajah polihedron Newton yang disekutukan dengan $g(x,y)$	151
6.4	Gambarajah penunjuk yang disekutukan dengan polihedron Newton $g(x,y)$	152
6.5	Gabungan gambarajah penunjuk yang disekutukan dengan polihedron Newton $f(x,y)$ dan $g(x,y)$	153

6.6 Gambarajah penunjuk tembereng paling curam bagi $F(U,V)$ dan $G(U,V)$ 158

6.7 Gambarajah penunjuk tembereng paling curam bagi $F(U,V)$ dan $G(U,V)$ 163

6.8 Gambarajah penunjuk tembereng paling curam bagi $F(U,V)$ dan $G(U,V)$ 170

SENARAI SIMBOL DAN SINGKATAN

p	Nombor perdana
α	Eksponen nombor perdana
Z	Gelanggang integer
Q	Medan nombor nisbah
Z_p	Gelanggang Integer p-adic
Q_p	Medan nombor nisbah p-adic
Ω_p	Perluasan medan tutupan aljabar
$[\alpha]$	Integer terbesar yang kecil atau sama dengan α
$\underline{x}$	n–rangkap pembolehubah $(x_1, x_2, ..., x_n)$, $n \geq 1$
$\underline{f}$	m–rangkap pembolehubah $(f_1, f_2, ..., f_m)$, $m \geq 1$
darjh $\underline{f}$	Darjah polinomial $\underline{f}$
$J_{\underline{f}}$	Matriks Jakobian $\underline{f}$
$ord_p a$	Kuasa tertinggi p yang membahagi a
$\overline{Q}_p$	Tutupan aljabar Q_p
$S(f;q)$	Hasil tambah eksponen
$\nabla \underline{f}$	Kecerunan $\underline{f}$
$D(\underline{f})$	Pembezalayan $\underline{f}$
N_f	Polihedron Newton
V	Bucu pada N_f

E	Sisi pada N_f
L	Unjuran sisi N_f
δ	Pembezalayan
$V(\underline{f};p^{\alpha})$	Set $\{\underline{x} \bmod p^{\alpha} \mid \underline{f}_{\underline{x}} \equiv 0 \bmod p^{\alpha}\}$
$N(\underline{f};p^{\alpha})$	Kekardinalan bagi set $V(\underline{f};p^{\alpha})$
$G_f(u)$	Hasil tambah Gaussian
maks	Maksimum
min	Minimum
mod	Modulo
eksp	Eksponen
$e_k(f(t))$	$e^{2\pi i f(t)/k}$
$\sum$	Hasil tambah
Δ	Pembezalayan separa
inf	Infimum
sup	Supremum
Ker	Kernel
pen $J_{\underline{f}}$	Penentu Matriks Jakobian bagi $\underline{f}$
kard	Kekardinalan

BAB 1

PENGENALAN

1.1 Penyusunan Tesis

Kita bermula dengan Bab 1 iaitu membincangkan mengenai sorotan literatur penganggaran hasil tambah eksponen dan permasalahannya dalam tesis ini. Di dalam bab berikutnya iaitu Bab 2 pula membincangkan secara ringkas mengenai medan p-adic dan poligon Newton yang digunakan di dalam kajian ini.

Bab 3 membincangkan perihal polihedron Newton dan gambarajah penunjuk. Polihedron Newton ialah perluasan dari konsep poligon Newton dalam kes p-adic bagi polinomial dua pembolehubah. Jika $f(x,y)=\sum_{i,j} a_{ij}x^i y^j$ polinomial berdarjah n dalam $\Omega_p[x,y]$, gambarajah Newton bagi $f(x,y)$ merupakan himpunan titik $P_{ij}=(i,j,ord_p a_{ij})$ dalam ruang Euklidan berdimensi-tiga seperti yang dinyatakan dalam Takrif 3.1. Gambarajah Newton pula penting untuk menggambarkan polihedron Newton . Polihedron Newton ialah hul cembung bawah bagi gambarajah Newton yang berkaitan dengan polinomial $f(x,y)$. Ia adalah suatu permukaan berkait cembung tertinggi yang menampung semua titik P_{ij} dalam gambarajah Newton yang berkaitan dengan polinomial $f(x,y)$. Polihedron ini mengandungi bucu, sisi dan satah.

Polihedron ini juga mengandungi beberapa permukaan dan satah yang didapati daripada semua titik P_{ij} yang bersepadanan dengan $T_{ij}=a_{ij}x^i y^j$ dalam $f(x,y)$.

Permukaan yang terbentuk tidak kesemuanya akan membentuk hul cembung bagi gambarajah Newton sesuatu polinomial. Oleh yang demikian kita perlu memilih set titik yang semua titik yang lain berada di atas satah yang terbentuk olehnya seperti yang diilustrasikan dalam Jadual 1.

Terdapat hubungan di antara polihedron Newton dan pensifar suatu polinomial. Mohd Atan (1984) telah membuktikan jika (ξ,η) pensifar bagi $f(x,y)$, maka $(ord_p\xi, ord_p\eta, 1)$ adalah normal kepada suatu sisi di dalam N_f bagi $f(x,y)$ dan terletak di antara dua titik normal mengarah ke atas kepada dua permukaan N_f, bersebelahan dengan sisi tersebut. Akas kepada teorem ini ialah katakan E bukan sisi mencancang polihedron Newton bagi f yang berkongsi dua permukaan bersebelahan, F_1 dan F_2. Jika $n(\mu,\lambda,1)$ normal kepada E dan terletak di antara titik normal mengarah ke atas kepada F_1 dan F_2, maka wujud ξ dan η dalam Ω_p sedemikian hingga $ord_p\xi = \mu$, $ord_p\eta = \lambda$ dan $f(\xi,\eta) = 0$.

Bab 4 pula membincangkan mengenai peringkat p-adic bagi pensifar sepunya. Ia dimulakan dengan memberikan takrif pensifar polinomial $f(x,y)$ yang melibatkan dua pembolehubah. Seterusnya, kita melihat peringkat p-adic bagi pensifar suatu polinomial dan memberikan hubungan di antara peringkat p-adic bagi komponen-komponen suatu pensifar polinomial $f(x,y)$ seperti yang dinyatakan di dalam Teorem 4.1. Sementara itu gambarajah penunjuk memberikan maklumat mengenai punca bagi suatu polinomial seperti yang dinyatakan dalam Teorem 4.3

yang menyatakan bahawa jika (ξ,η) pensifar sepunya bagi f dan g, maka wujud sekurang-kurangnya satu titik persilangan (μ,λ) dalam gambarajah penunjuk f dan g sedemikian $ord_p\xi = \mu$ dan $ord_p\eta = \lambda$. Contoh juga diberikan untuk mengilustrasikan teorem tersebut.

Sapar dan Mohd Atan (2002) telah memperbaiki keputusan yang diperolehi oleh Mohd Atan (1986b) dan dinyatakan seperti berikut:

Katakan $f(x,y)$ dan $g(x,y)$ polinomial berpekali integer p-adic, dengan p menandakan integer perdana. Katakan (μ,λ) titik persilangan gambarajah penunjuk f dan g di bucu atau persilangan mudah gambarajah penunjuk. Maka wujud ξ dan η dalam Ω_p yang menjadi pensifar f dan g sedemikian hingga $ord_p\xi = \mu$ dan $ord_p\eta = \lambda$.

Dalam Bab 5, kita akan memberikan peringkat p-adic pensifar sepunya pembezaan separa bagi polinomial-polinomial tertentu berdarjah lebih daripada empat pada titik (0,0) yang dipertimbangkan di dalam kajian ini .

Bab 6 pula memberikan pengitlakan saiz p-adic pensifar sepunya polinomial terbitan separa f_x dan f_y dari polinomial $f(x,y)$ yang dikaji di dalam kajian ini pada sebarang titik (x_0,y_0).

Bab 7 pula menggunakan keputusan yang diperolehi oleh Bab 6 . Di sini kita menentukan kekardinalan bagi set $V(f_x, f_y; p^\alpha)$ bagi suatu polinomial dalam $Z_p[x,y]$, kerana ianya penting untuk menentukan batas atas bagi penganggaran hasil tambah eksponen $S(f; p^\alpha)$. Kekardinalan tersebut dinyatakan dalam sebutan $N(f_x, f_y; p^\alpha)$ iaitu suatu tatatanda bagi menyatakan jumlah penyelesaian bagi persamaan serentak kongruen

$$f_x(x,y) \equiv 0, f_y(x,y) \equiv 0 \bmod p^\alpha$$

dalam penyelesaian set reja modulo p^α dan f_x, f_y terbitan separa biasa masing-masing terhadap x dan y.

Seterusnya hasil keputusan daripada Bab 7 , kita dapat menganggarkan hasil tambah eksponen bagi polinomial tertentu dalam $Z_p[x,y]$.

$$S(f;q) = \sum e^{\frac{2\pi i f}{q}}$$

dengan $S(f;q)$ dinilaikan di atas semua x di dalam set reja modulo q. Keputusan yang diperolehi dinyatakan dalam Bab 8 .

Hal-hal mengenai hasil kajian, kesimpulan dan cadangan diberikan dalam bab akhir iaitu Bab 9.