



UNIVERSITI PUTRA MALAYSIA

**PENGANGGARAN SELANG BAGI TABURAN EKSPONEN SATU
DAN DUA PARAMETER DI BAWAH PENAPISAN JENIS II TUNGGAL
DAN BERGANDA MENGGUNAKAN KAEDAH PERSENTIL
BOOTSTRAP**

AKHMAD FAUZY.

FS 2005 33



**PENGANGGARAN SELANG BAGI TABURAN EKSPONEN
SATU DAN DUA PARAMETER DI BAWAH PENAPISAN JENIS II
TUNGGAL DAN BERGANDA MENGGUNAKAN
KAEDAH PERSENTIL BOOTSTRAP**

Oleh

AKHMAD FAUZY

**Tesis ini Dikemukakan kepada Sekolah Pengajian Siswazah, Universiti Putra
Malaysia, sebagai Memenuhi Keperluan untuk Ijazah Doktor Falsafah**

.Jun 2005



DEDIKASI

**Epha Diana Supandi, M. Sc (istri),
Ghina Salsabila Putri (anak),
H. Andi Supandi, B.Sc dan Hj. Nana Ratna (mertua),
Yajer (alm) dan Hj. Khasanah (alm) (orang tua),
Kakak, adik, om dan tante**



Abstrak tesis yang dikemukakan kepada Senat Universiti Putra Malaysia
sebagai memenuhi keperluan untuk ijazah Doktor Falsafah

**PENGANGGARAN SELANG BAGI TABURAN EKSPONEN
SATU DAN DUA PARAMETER DI BAWAH PENAPISAN JENIS II
TUNGGAL DAN BERGANDA MENGGUNAKAN
KAEDAH PERSENTIL BOOTSTRAP**

Oleh

AKHMAD FAUZY

Jun 2005

Pengerusi : Profesor Madya Noor Akma Ibrahim, PhD

Fakulti : Sains

Kajian di dalam tesis ini adalah mengenai perkembangan dan lanjutan ke atas pentakbiran statistik dalam analisis mandirian, terutamanya anggaran selang. Tumpuan kajian adalah ke atas pelaksanaan kaedah alternatif untuk menganggar parameter dan pembinaan selang keyakinan bagi parameter, fungsi mandirian, fungsi bahaya dan kuantil masa hayat.

Fokus penyelidikan yang dilakukan hanya merangkumi penganggaran selang bagi parameter, fungsi mandirian dan kuantil masa hayat pada data bertaburan eksponen di bawah penapisan jenis II tunggal, ganda dua dan berganda dengan kaedah persentil bootstrap. Taburan eksponen yang digunakan adalah taburan eksponen dengan satu dan dua parameter.

Kaedah alternatif persentil bootstrap ini dilanjutkan untuk kesesuaian penggunaannya dalam analisis mandirian. Yang menarik tentang kaedah ini adalah



kebolehnya untuk menganggar parameter dan membina selang bagi set data yang kecil dan ianya tidak memerlukan andaian taburan ke atas data.

Kaedah bootstrap adalah suatu kaedah berkomputeran yang sangat berpotensi untuk dipergunakan pada masalah kejituan dalam penganggaran statistik, khasnya dalam menentukan selang keyakinan. Prinsip daripada kaedah ini adalah mengambil sampel buatan dengan penggantian. Kaedah bootstrap memerlukan masa dan program komputer yang kompleks untuk mendapatkan sampel. Oleh kerana itu simulasi Monte Carlo diperlukan dalam membina algoritma bootstrap. Perisian yang digunakan adalah pakej perisian S-Plus.

Rumus yang digunakan dalam membina anggaran titik bootstrap adalah setara dengan rumus kaedah tradisional. Ulangan bootstrap yang digunakan adalah ulangan yang mencapai titik penumpuan. Titik penumpuan dicari dengan menghitung nilai pincang antara min anggaran titik bootstrap dengan kaedah tradisional. Seterusnya anggaran selang dengan kaedah persentil bootstrap dapat dibina.

Untuk memantapkan keputusan kajian, jalur keyakinan dibina bagi fungsi mandirian untuk melihat rantau bagi fungsi ini. Jalur ini dibentuk dengan membina batas bawah dan batas atas bagi fungsi mandirian pada setiap masa hayat yang diketahui. Dengan jalur ini, kebolehpercayaan kaedah persentil bootstrap dapat diperkukuhkan.

Hasil daripada seluruh penyelidikan, kita dapat memerhatikan bahawa anggaran selang bagi parameter, fungsi mandirian dan kuantil masa hayat dalam taburan

eksponen satu dan dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal, ganda dua dan berganda dengan menggunakan kaedah persentil bootstrap menghasilkan lebar selang yang lebih kecil berbanding dengan kaedah tradisional. Daripada kajian ini juga didapati bahawa batas bawah yang dihasilkan oleh kaedah persentil bootstrap lebih bermakna jika dibandingkan dengan kaedah tradisional. Daripada penemuan ini beberapa konjektur bootstrap dibina.

Kajian simulasi telah dijalankan bagi tujuan pengesahan kesimpulan. Simulasi bagi data sampel diulang sebanyak 200 kali untuk setiap sampel dengan saiz kecil, sederhana dan besar. Hasil daripada kajian simulasi menunjukkan bahawa kaedah persentil bootstrap memberikan peratusan liputan yang sebenar sama dan hampir sama dengan selang keyakinan yang dikehendaki berbanding kaedah tradisional. Varians daripada taburan eksponen satu dan dua parameter yang dikira dengan kaedah persentil bootstrap adalah lebih kecil daripada kaedah tradisional. Justru daripada hasil kajian simulasi, kaedah persentil bootstrap boleh digunakan sebagai kaedah alternatif untuk mencari selang keyakinan bagi data mandirian di bawah penapisan jenis II tunggal dan berganda.

Abstract of thesis presented to the Senate of Universiti Putra Malaysia in fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy

**INTERVAL ESTIMATIONS FOR EXPONENTIAL DISTRIBUTIONS
ONE AND TWO PARAMETER UNDER SINGLE,
AND MULTIPLE TYPE-II CENSORING USING
BOOTSTRAP PERCENTILES**

By

AKHMAD FAUZY

June 2005

Chairman: Associate Professor Noor Akma Ibrahim, PhD

Faculty : Science

The work in this thesis is concerned with the development and extension of statistical inference in survival analysis, especially interval estimation. This research studies the implementation of an alternative method to estimate the parameters and construction of confidence intervals for the parameters, survivor function, hazard function and quantile lifetime.

The focus of this research is only on the interval estimation for parameters, survivor function and quantile lifetime data of exponential distribution data under single, double and multiple type-II censoring by using the bootstrap percentile method. The distribution being utilized is the exponential distribution with one and two parameters.

This alternative bootstrap percentile method is extended to accommodate its use in survival analysis. The beauty of this method is its ability to estimate the parameter



and construct interval estimates for small data sets and it does not need distributional assumptions for the data.

The bootstrap method is a computer-based method for assigning measures of accuracy to statistical estimates, especially to calculate the confidence interval. The principle of this method is to generate artificial samples by using replications. The bootstrap method needs time and complexity of a computer programmer to obtain a sample. Therefore, Monte Carlo simulation is imperative in the bootstrap algorithm. The software that has been used is S-Plus software package.

The formula used in the construction of the bootstrap point estimate is analogous to the formula used in the traditional method. The numbers of bootstrap replicates used in our simulations are based on a convergence criterion. The convergence criterion is based on the bias determined by the difference between the mean point estimation of the bootstrap and the point estimation of the traditional methods. Subsequently, the intervals can be constructed.

To substantiate the results, an interval band for region of the survivor function is built. This band is determined by constructing a lower and upper bound for the survivor function at every known lifetime. With this band, the reliability of the bootstrap percentile method can be strengthened.

From this research, we observe that the interval estimation for parameter, survivor function and quantile lifetime on one and two parameters of exponential distribution



under single, double and multiple type II censoring by using bootstrap percentile gave a narrower width compared to the width of the interval obtained using traditional method. From this study, we also notice that the lower bound of interval estimate with bootstrap method gave a more meaningful value compared to that obtained using the traditional method. From this finding several bootstrap conjectures were established.

Simulation studies were carried out to validate results that have been obtained. In these simulations, 200 repetitions were made for each sample for n small, medium and large. The simulation studies showed that the percentage of true coverage obtained from the bootstrap percentile method is almost near and the same as the required confidence interval compared to the traditional method. The variances for one and two parameter exponential distribution obtained from bootstrap percentile method are smaller than the traditional method. Thus from the results of the simulation studies, the bootstrap percentile method can be used as a potential alternative to the traditional method in constructing confidence intervals for survival data under the single and multiple type II censoring.



PENGHARGAAN

Pertamanya penulis ingin mengucapkan syukur kehadiran Allah s.w.t. yang telah memberikan kekuatan, kesabaran, dorongan, dan haluan sehingga penulis berjaya menyiapkan tesis ini dalam masa yang telah ditetapkan.

Seterusnya, penulis ingin merakamkan setinggi-tinggi penghargaan dan jutaan terima kasih yang tidak terhingga kepada Jawatan Kuasa Penyeliaan yang dipengerusikan oleh Profesor Madya Dr. Noor Akma Ibrahim di atas bimbingan, tunjuk ajar, motivasi, nasihat yang amat berguna sepanjang penyelidikan ini dijalankan dan di atas sokongan untuk selalu membentangkan kertas kerja pada seminar kebangsaan dan antarabangsa yang penulis ikuti. Lebih kurang 30 kertas kerja telah dibentangkan dan diterbitkan selama masa pengajian.

Penulis ingin mengambil kesempatan disini untuk mengucapkan setinggi-tingginya penghargaan yang ditujukan kepada Profesor Madya Dr. Isa Daud dan Profesor Madya Dr. Mohd. Rizam Abu Bakar selaku ahli Jawatan Kuasa Penyeliaan di atas nasihat, bimbingan dan sokongan yang telah diberikan.

Ribuan terima kasih juga disampaikan kepada Jabatan Matematik Universiti Putra Malaysia dan Institut Penyelidikan Matematik (INSPEM) Universiti Putra Malaysia atas bantuan kemudahan selama penyelidikan dilakukan.

Tidak lupa juga kepada pihak Penaja, iaitu Universitas Islam Indonesia di Jogjakarta Indonesia yang telah membiayai segala perbelanjaan sepanjang pengajian ini dijalankan.



KANDUNGAN

Muka Surat

DEDIKASI	ii
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	vi
PENGHARGAAN	ix
PENGESAHAN	x
PERAKUAN	xii
SENARAI JADUAL	xv
SENARAI RAJAH	xx

BAB

1 PENGENALAN	1.1
1.1 Pengenalan	1.1
1.2 Latar Belakang Masalah	1.1
1.3 Pernyataan Masalah	1.6
1.4 Objektif	1.6
1.5 Kepentingan Penyelidikan	1.7
1.6 Fokus Penyelidikan	1.8
1.7 Ringkasan Keputusan	1.9
2 SOROTAN KAJIAN	2.1
2.1 Analisis Mandirian	2.1
2.1.1 Jenis Penapisan	2.3
2.1.2 Fungsi Mandirian dan Kadar Kegagalan	2.10
2.2 Penganggaran	2.11
2.2.1 Kaedah Kebolehjadian Maksimum	2.12
2.2.2 Kaedah Jackknife	2.13
2.2.3 Kaedah Bootstrap	2.14
2.3 Taburan Eksponen Satu Parameter	2.25
2.3.1 Penapisan Jenis II Tunggal	2.27
2.3.2 Penapisan Jenis II Ganda Dua	2.29
2.3.3 Penapisan Jenis II Berganda Sederhana	2.31
2.3.4 Penapisan Jenis II Berganda Kompleks	2.34
2.4 Taburan Eksponen Dua Parameter	2.37
2.4.1 Penapisan Jenis II Tunggal	2.37
2.4.2 Penapisan Jenis II Ganda Dua	2.39
2.4.3 Penapisan Jenis II Berganda Sederhana	2.41
2.4.4 Penapisan Jenis II Berganda Kompleks	2.44
2.5 Ujian Lilliefors	2.47
2.6 Ringkasan	2.49



3	KAEDAH PERSENTIL BOOTSTRAP	3.1
	3.1 Rekabentuk Penyelidikan	3.1
	3.1.1 Penapisan Jenis II Tunggal	3.3
	3.1.2 Penapisan Jenis II Ganda Dua	3.6
	3.1.3 Penapisan Jenis II Berganda Sederhana	3.8
	3.1.4 Penapisan Jenis II Berganda Kompleks	3.11
	3.2 Pensampelan	3.14
	3.3 Ringkasan	3.17
4	KEPUTUSAN KAJIAN	4.1
	4.1 Penapisan Jenis II Tunggal	4.1
	4.1.1 Satu Parameter	4.1
	4.1.2 Dua Parameter	4.8
	4.2 Penapisan Jenis II Ganda Dua	4.17
	4.2.1 Satu Parameter	4.17
	4.2.2 Dua Parameter	4.22
	4.3 Penapisan Jenis II Berganda Sederhana	4.29
	4.3.1 Satu Parameter	4.29
	4.3.2 Dua Parameter	4.34
	4.4 Penapisan Jenis II Berganda Kompleks	4.41
	4.4.1 Satu Parameter	4.41
	4.4.2 Dua Parameter	4.46
	4.5 Varians	4.53
	4.6 Ringkasan	4.54
5	KAJIAN SIMULASI	5.1
	5.1 Penapisan Jenis II Tunggal	5.2
	5.2 Penapisan Jenis II Ganda Dua	5.4
	5.3 Penapisan Jenis II Berganda Sederhana	5.7
	5.4 Penapisan Jenis II Berganda Kompleks	5.10
	5.5 Varians	5.13
	5.6 Kajian Simulasi Lain	5.15
	5.7 Konjektur Bootstrap	5.18
	5.8 Titik Penumpuan	5.20
	5.9 Asimptot	5.23
	5.10 Ringkasan	5.33
6	KESIMPULAN	6.1
	6.1 Ringkasan	6.1
	6.2 Kesimpulan	6.1
	6.3 Kajian Masa Hadapan	6.3
	BIBLIOGRAFI	R.1
	LAMPIRAN	A.1
	BIODATA PENULIS	B.1



SENARAI JADUAL

Jadual	Muka Surat
2.1 Lapan cerapan pertama yang diambil secara rawak daripada 12 masa hayat	2.6
2.2 Masa hayat (minit) bagi 12 penebatan elektrik jenis yang baru	2.7
2.3 Masa hayat (minit) daripada 12 cerapan	2.8
2.4 Masa hayat (jam) daripada 30 cerapan	2.9
2.5 Hampiran bootstrap	2.20
2.6 Mengira $T_{hitung} = \sup_x F^*(x) - S(x) $	2.49
4.1 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi θ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.2
4.2 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(100)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.4
4.3 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(500)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.4
4.4 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.7
4.5 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.8
4.6 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi μ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.10
4.7 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi θ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.10
4.8 Batas bawah, batas atas dan lebar selang secara serentak bagi μ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.11
4.9 Batas bawah, batas atas dan lebar selang secara serentak bagi θ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.11
4.10 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(100)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.13



4.11	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(500)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.13
4.12	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.16
4.13	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.16
4.14	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi θ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.18
4.15	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(20)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.20
4.16	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(80)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.20
4.17	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.22
4.18	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.22
4.19	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi μ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.24
4.20	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $\hat{\theta}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.24
4.21	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(45)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.26
4.22	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(80)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.26
4.23	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.28
4.24	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.28
4.25	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi θ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana	4.30
4.26	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(30)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana	4.32

- 4.27 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(80)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.32
- 4.28 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.34
- 4.29 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.34
- 4.30 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi μ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.36
- 4.31 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi θ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.36
- 4.32 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(30)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.38
- 4.33 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(80)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.38
- 4.34 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.40
- 4.35 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.40
- 4.36 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi θ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks 4.42
- 4.37 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(3)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks 4.44
- 4.38 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(20)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks 4.44
- 4.39 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.30}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks 4.46
- 4.40 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.70}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks 4.46
- 4.41 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi μ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks 4.48
- 4.42 Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi θ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks 4.48



4.43	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(3)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks	4.50
4.44	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $S(20)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks	4.50
4.45	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.30}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks	4.52
4.46	Batas bawah, batas atas dan lebar selang bagi $t_{0.70}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks	4.52
4.47	Varians bagi taburan eksponen satu dan dua parameter yang dihitung dengan menggunakan kaedah tradisional (KT) dan kaedah persentil bootstrap (PB)	4.53
5.1	Selang keyakinan yang dikehendaki (SK, dalam %) dan peratusan liputan sebenar (dalam %) bagi taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal menggunakan kaedah tradisional (KT) dan kaedah persentil bootstrap (PB)	5.2
5.2	Selang keyakinan yang dikehendaki (SK, dalam %) dan peratusan liputan sebenar (dalam %) bagi taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal menggunakan kaedah tradisional (KT) dan kaedah persentil bootstrap (PB)	5.3
5.3	Selang keyakinan yang dikehendaki (SK, dalam %) dan peratusan liputan sebenar (dalam %) bagi taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua menggunakan kaedah tradisional (KT) dan kaedah persentil bootstrap (PB)	5.5
5.4	Selang keyakinan yang dikehendaki (SK, dalam %) dan peratusan liputan sebenar (dalam %) bagi taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua menggunakan kaedah tradisional (KT) dan kaedah persentil bootstrap (PB)	5.6
5.5	Selang keyakinan yang dikehendaki (SK, dalam %) dan peratusan liputan sebenar (dalam %) bagi taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana menggunakan kaedah tradisional (KT) dan kaedah persentil bootstrap (PB)	5.8
5.6	Selang keyakinan yang dikehendaki (SK, dalam %) dan peratusan liputan sebenar (dalam %) bagi taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana menggunakan kaedah tradisional (KT) dan kaedah persentil bootstrap (PB)	5.9

5.7	Selang keyakinan yang dikehendaki (SK, dalam %) dan peratusan liputan sebenar (dalam %) bagi taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks menggunakan kaedah tradisional (KT) dan kaedah persentil bootstrap (PB)	5.11
5.8	Selang keyakinan yang dikehendaki (SK, dalam %) dan peratusan liputan sebenar (dalam %) bagi taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks menggunakan kaedah tradisional (KT) dan kaedah persentil bootstrap (PB)	5.12
5.9	Varians bagi taburan eksponen satu dan dua parameter yang dihitung dengan menggunakan kaedah tradisional (KT) dan kaedah persentil bootstrap (PB)	5.14
5.10	Data bertaburan eksponen di bawah penapisan jenis II ganda dua	5.15
5.11	Lebar selang bagi parameter θ , fungsi mandirian $S(10)$ dan kuantil masa hayat $t_{0.10}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua menggunakan kaedah tradisional (KT) dan persentil bootstrap (PB)	5.16
5.12	Lebar selang bagi parameter θ , fungsi mandirian $S(10)$ dan kuantil masa hayat $t_{0.10}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua menggunakan kaedah tradisional (KT) dan persentil bootstrap (PB)	5.16
5.13	Anggaran titik, batas bawah (BB), batas atas (BA) dan lebar selang (LS) bagi θ menggunakan kaedah tradisional	5.27
5.14	Anggaran titik, batas bawah (BB), batas atas (BA) dan lebar selang (LS) bagi θ menggunakan kaedah persentil bootstrap	5.28

SENARAI RAJAH

Rajah	Muka Surat
3.1 Proses penapisan jenis II tunggal	3.3
3.2 Masa hayat di bawah penapisan jenis II ganda dua	3.6
3.3 Masa hayat di bawah penapisan jenis II berganda sederhana	3.8
4.1 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi θ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.2
4.2 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(100)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.3
4.3 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(500)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.3
4.4 Jalur keyakinan bagi fungsi mandirian pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal dengan aras keyakinan 99%	4.5
4.5 Jalur keyakinan bagi fungsi mandirian pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal dengan aras keyakinan 95%	4.5
4.6 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.6
4.7 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.7
4.8 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi θ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.9
4.9 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi μ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.9
4.10 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(100)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.12
4.11 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(500)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.12

4.12	Jalur keyakinan bagi fungsi mandirian pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal dengan aras keyakinan 99%	4.14
4.13	Jalur keyakinan bagi fungsi mandirian pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal dengan aras keyakinan 95%	4.14
4.14	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.15
4.15	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II tunggal	4.15
4.16	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi θ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.17
4.17	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(20)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.19
4.18	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(80)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.19
4.19	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.21
4.20	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.21
4.21	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi θ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.23
4.22	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi μ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.23
4.23	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(45)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.25
4.24	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(80)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.25
4.25	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.27
4.26	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II ganda dua	4.27

- 4.27 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi θ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.29
- 4.28 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(30)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.31
- 4.29 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(80)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.31
- 4.30 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.33
- 4.31 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.33
- 4.32 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi θ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.35
- 4.33 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi μ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.36
- 4.34 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(30)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.37
- 4.35 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(80)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.38
- 4.36 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.10}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.39
- 4.37 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.20}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda sederhana 4.40
- 4.38 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi θ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks 4.42
- 4.39 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(3)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks 4.43
- 4.40 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(20)$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks 4.43
- 4.41 Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.30}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks 4.45



4.42	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.70}$ pada taburan eksponen satu parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks	4.45
4.43	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi θ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks	4.47
4.44	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi μ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks	4.47
4.45	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(3)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks	4.49
4.46	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $S(20)$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks	4.49
4.47	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.30}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks	4.51
4.48	Plot antara ulangan bootstrap dan pincang bagi $t_{0.70}$ pada taburan eksponen dua parameter di bawah penapisan jenis II berganda kompleks	4.51
5.1	Plot antara batas bawah bagi $\hat{\theta}^*$ dengan ulangan bootstrap	5.21
5.2	Plot antara anggaran titik bootstrap bagi θ dengan ulangan bootstrap	5.22
5.3	Selang keyakinan bagi $S(5)$ dalam pelbagai saiz data tercerap dengan aras keyakinan 99%	5.24
5.4	Selang keyakinan bagi kuantil masa hayat dalam pelbagai saiz data tercerap dengan aras keyakinan 99%	5.25

BAB 1

PENGENALAN

1.1 Pengenalan

Analisis mandirian adalah suatu penyelidikan tentang masa hayat dari suatu unit atau komponen hasil industri. Pihak pengurusan suatu industri biasanya melakukan suatu ujikaji untuk mengetahui berapa besar kebarangkalian hasil industrinya boleh bertahan hidup sampai masa tertentu. Fungsi mandirian (*survival function*) adalah suatu fungsi yang boleh memberikan kebarangkalian suatu individu atau komponen akan bertahan hidup sampai masa tertentu tersebut.

1.2 Latar Belakang Masalah

Analisis mandirian merupakan salah satu kajian statistik yang berkembang dengan cepat. Pada mulanya analisis mandirian berperanan sebagai salah satu alat analisis bagi masalah masa hayat sehingga kerosakan atau kematian di dalam bidang kejuruteraan dan bioperubatan. Hingga kini ianya telah berkembang meliputi bidang lain seperti sains aktuari, epidemiologi, ekonomi, demografi dan sebagainya. Di antara teks yang sering menjadi rujukan adalah yang ditulis oleh Kaplan dan Meier (1958), Bain (1978), Elandt-Johnson dan Johnson (1980), Sinha dan Kale (1980), Miller (1981), Lawless (1982), Cox dan Oakes (1984) dan Kalbfleisch dan Ross (1980). Terdapat teks yang khusus mengenai analisis mandirian dalam bidang kesihatan dan biologi yang ditulis oleh Collett (1994), Kleinbaum (1996), Klein dan Moeschberger (1997), Therneau dan Grambsch (2000) dan Hougaard (2000). Dalam