

**SELANG PERAMALAN BAYESAN  
UNTUK DATA MASA HAYAT PARETO  
DI BAWAH PENAPISAN JENIS II**

**Oleh**

**EPHA DIANA SUPANDI**

**Tesis Dikemukakan Kepada Sekolah Pengajian Siswazah, Universiti Putra  
Malaysia, Sebagai Memenuhi Keperluan Untuk Ijazah Master Sains**

**April 2005**

## **DEDIKASI**

Dengan nama Allah yang Maha Pemurah lagi Maha Mengasihani

Penulis ingin merakamkan jutaan terima kasih di atas pengorbanan serta jasa kedua orang tua, Hj Nana Ratna dan H Andi Supandi di Tasikmalaya, Jawa Barat Indonesia yang telah bersusah payah membesarkan penulis sehingga apa yang penulis kecapai hari ini.

Dedikasi ini ditujukan kepada suami tercinta, Akhmad Fauzy yang telah memberikan dorongan kepada penulis untuk melanjutkan pengajian di UPM, memberikan motivasi belajar dan di atas doa agar penulis memperoleh kejayaan. Dedikasi ini juga penulis tujukan kepada cahaya mata Ghina Salsabila Putri yang telah banyak berkorban demi kejayaan penulis.

Tidak lupa kepada rakan-rakan pelajar di Institut Penyelidikan Matematik (INSPERM) UPM juga penulis sampaikan terimakasih di atas perbincangan yang selama ini dilakukan.

**Abstrak tesis yang dikemukakan kepada Senat Universiti Putra Malaysia  
sebagai memenuhi keperluan untuk ijazah Master Sains**

SELANG PERAMALAN BAYESAN  
UNTUK DATA MASA HAYAT PARETO  
DI BAWAH PENAPISAN JENIS II

Oleh

**EPHA DIANA SUPANDI**

**April 2005**

**Pengerusi : Profesor Madya Mohd. Rizam Abu Bakar, Ph D**

**Institut : Institut Penyelidikan Matematik**

Kajian di dalam tesis ini adalah mengenai selang peramalan Bayesanan bagi taburan Pareto. Dalam penapisan jenis II, andaikan dalam ujikaji terdapat  $n$  komponen, maka ujikaji akan diberhentikan setelah terdapat  $k$  komponen pertama didapati gagal ( $k < n$ ). Peramalan bagi cerapan-cerapan hadapan (komponen sisaan) adalah dengan mengira berapa jangka masa yang diperlukan bagi komponen tersebut dari mulai beroperasi sampai mengalami kegagalan.

Masalah peramalan sering kali diselesaikan dengan pendekatan klasik (frequentist). Pendekatan ini memerlukan suatu kuantiti pangsaan yang tepat atau sesuai. Walau bagaimanapun, taburan yang tepat bagi kuantiti ini sangat susah dikerjakan secara matematik dan mustahil untuk mendapatkan titik peratus yang tepat melalui pendekatan klasik dengan ertian secara analisis. Pendekatan Bayesanan telah menarik perhatian, kerana melalui taburan prediktifnya masalah peramalan bagi cerapan hadapan dalam ujikaji mandirian dapat diselesaikan dengan lebih mudah.

Taburan Pareto telah diperkenalkan oleh Pareto pada tahun 1897 untuk taburan pendapatan. Taburan ini boleh digunakan dalam berbagai bidang terutamanya sangat sesuai di bidang sosio-ekonomi. Taburan Pareto yang digunakan pada penyelidikan ini juga dikenal dengan nama taburan Pareto klasik, di mana ianya dipengaruhi oleh dua parameter iaitu parameter bentuk ( $\alpha$ ) dan parameter skala ( $\sigma$ ). Oleh kerana itu, ada tiga kes berbeza yang patut diperhatikan bagi taburan Pareto iaitu: kes pertama jika  $\alpha$  tak diketahui tetapi  $\sigma$  diketahui, kes kedua jika  $\alpha$  diketahui sedangkan  $\sigma$  tak diketahui dan kes ketiga jika  $\alpha$  dan  $\sigma$  kedua-duanya tak diketahui.

Fokus penyelidikan ini adalah mengenai ramalan selang masa hayat pada ketiga kes data bertaburan Pareto dengan menggunakan kaedah Bayesian. Ramalan selang yang akan dibina bagi masa hayat ke  $k+1$  dan ke- $n$ .

Berdasarkan pengamatan, kita dapat menyimpulkan bahawa batas bawah 95% dan 99% ramalan Bayesian bagi masa hayat ke- $k+1$  dan ke- $n$  pada ke tiga kes taburan Pareto mempunyai nilai-nilai yang stabil, sebaliknya batas atas ramalan bagi masa hayat ke- $k+1$  dan ke- $n$  tidak stabil.

Abstract of thesis presented to the Senate of Universiti Putra Malaysia in fulfilment of the requirements for the degree of Master of Science

**BAYESIAN PREDICTION INTERVAL FOR PARETO LIFETIME DATA  
UNDER TYPE II CENSORING**

**By**

**EPHA DIANA SUPANDI**

**April 2005**

**Chairman : Associate Professor Mohd. Rizam Abu Bakar, Ph D**

**Institute : Institute for Mathematical Research**

This study is concerned with the problem of Bayesian prediction interval for the Pareto distribution. In type-II censoring, suppose that  $n$  components are put to test and the test is terminated as soon as  $k$  components have failed ( $k < n$ ). The prediction of future observations (the remaining components) shows how long a sample of units run until all fail.

In prediction problems, the use of the classical (frequentist) approach needs to construct some suitable pivotal quantity but the exact distribution of this quantity is mathematically intractable, and it is impossible to obtain exact percentage points for it by analytical means. Bayesian approach is receiving much attention, because through a predictive distribution the prediction problem for the future observation in life testing can be solved easily.

The Pareto distribution was introduced by Pareto (1897) for the distribution of income. The importance of this distribution lies in its application to many socioeconomic studies. The Pareto distribution used in this research is also known as the classical Pareto distribution, which is influenced by two parameters; scale parameter ( $\sigma$ ) and shape parameter ( $\alpha$ ). Therefore, there are three cases of Pareto distribution likely to be of distinct interest; first case for  $\alpha$  unknown but  $\sigma$  known, second case for  $\alpha$  known but  $\sigma$  unknown and third case for both  $\alpha$  and  $\sigma$  unknown.

The focus of this study is concerned with the interval prediction of lifetime data for the three cases of Pareto distribution by using Bayesian method. The interval prediction will be constructed for  $k + 1^{\text{th}}$  and  $n^{\text{th}}$  lifetime.

Based on the observations, we can conclude that the lower 95% and 99% Bayesian prediction bounds for  $k + 1^{\text{th}}$  and  $n^{\text{th}}$  lifetimes for the three cases of Pareto distribution gave stable values, contrary to the upper prediction bounds for  $k + 1^{\text{th}}$  and  $n^{\text{th}}$  lifetimes are found to be unstable.

## PENGHARGAAN

Pertamanya penulis ingin mengucapkan syukur kehadirat Allah s.w.t. yang telah memberikan kekuatan, kesabaran, dorongan, dan haluan sehingga penulis berjaya menyiapkan tesis ini dalam masa yang telah ditetapkan.

Seterusnya, penulis ingin merakamkan setinggi-tinggi penghargaan dan jutaan terima kasih yang tidak terhingga kepada Jawatan Kuasa Penyeliaan yang dipengerusikan oleh Profesor Madya Dr. Mohd. Rizam Abu Bakar di atas bimbingan, tunjuk ajar, motivasi, nasihat yang amat berguna sepanjang penyelidikan ini dijalankan.

Penulis ingin mengambil kesempatan disini untuk mengucapkan setinggi-tingginya penghargaan yang ditujukan kepada Profesor Madya Dr. Noor Akma Ibrahim dan Profesor Madya Dr. Mat Yusoff Abdullah selaku ahli Jawatan Kuasa Penyeliaan di atas nasihat, bimbingan dan sokongan yang telah diberikan.

Ribuan terima kasih juga disampaikan kepada Institut Penyelidikan Matematik (INSPEM) Universiti Putra Malaysia di atas bantuan kemudahan selama penyelidikan dilakukan.

Secara khusus terima kasih penulis sampaikan juga kepada Profesor Madya Dr. Noor Akma Ibrahim dan Profesor Madya Dr. Mohd. Rizam Abu Bakar di atas pelantikan penulis sebagai Graduate Research Assistant (GRA) selama pengajian.

Saya mengesahkan bahawa Jawatankuasa Pemeriksa bagi Epha Diana Supandi telah mengadakan pemeriksaan akhir pada 11 Mac 2005 untuk menilai tesis Master beliau yang bertajuk “Selang Peramalan Bayesian untuk Data Masa Hayat Pareto di bawah Penapisan Jenis II” mengikut Akta Universiti Pertanian Malaysia (Ijazah Lanjutan) 1980 dan Peraturan-Peraturan Universiti Pertanian Malaysia (Ijazah Lanjutan) 1981. Jawatankuasa Pemeriksa memperakukan bahawa calon ini layak dianugerahkan ijazah tersebut. Anggota Jawatankuasa Pemeriksa seperti berikut:

**Habsah binti Midi, Ph D**

Profesor Madya  
Institut Penyelidikan Matematik  
Universiti Putra Malaysia  
(Pengerusi)

**Isa Daud, Ph D**

Profesor Madya  
Institut Penyelidikan Matematik  
Universiti Putra Malaysia  
(Ahli)

**Mahendran Shitan, Ph D**

Institut Penyelidikan Matematik  
Universiti Putra Malaysia  
(Ahli)

**Kamarulzaman Ibrahim, Ph D**

Profesor Madya  
Pusat Pengajian Sains Matematik  
Fakulti Sains dan Teknologi  
Universiti Kebangsaan Malaysia  
(Pemeriksa Bebas)

---

**GULAM RUSUL RAHMAT ALI, Ph D**

Profesor/Timbangan Dekan  
Sekolah Pengajian Siswazah  
Universiti Putra Malaysia

Tarikh:

viii



Tesis ini telah diserahkan kepada Senat Universiti Putra Malaysia dan telah diterima sebagai memenuhi keperluan untuk ijazah Master Sains. Anggota Jawatankuasa Penyeliaan adalah seperti berikut:

**Mohd. Rizam Abu Bakar, Ph D**

Profesor Madya  
Institut Penyelidikan Matematik  
Universiti Putra Malaysia  
(Pengerusi)

**Noor Akma Ibrahim, Ph D**

Profesor Madya  
Institut Penyelidikan Matematik  
Universiti Putra Malaysia  
(Ahli)

**Mat Yusoff Abdullah, Ph D**

Profesor Madya  
Institut Penyelidikan Matematik  
Universiti Putra Malaysia  
(Ahli)

---

**AINI IDERIS, Ph D**

Profesor/Dekan  
Sekolah Pengajian Siswazah  
Universiti Putra Malaysia

Tarikh:

## **PERAKUAN**

Saya mengaku bahawa tesis ini adalah hasil kerja saya yang asli melainkan petikan dan sedutan yang telah diberi penghargaan di dalam tesis. Saya juga mengaku bahawa tesis ini tidak dimajukan untuk ijazah-ijazah lain di Universiti Putra Malaysia atau di institusi-institusi lain.

---

**EPHA DIANA SUPANDI**

Tarikh:

## JADUAL KANDUNGAN

|  | <b>Muka Surat</b> |
|--|-------------------|
| <b>DEDIKASI</b>                                  | ii                |
| <b>ABSTRAK</b>                                   | iii               |
| <b>ABSTRACT</b>                                  | v                 |
| <b>PENGHARGAAN</b>                               | vii               |
| <b>PENGESAHAN</b>                                | viii              |
| <b>PERAKUAN</b>                                  | x                 |
| <b>SENARAI JADUAL</b>                            | xiii              |
| <br>   |                   |
| <b>BAB</b>                                       |                   |
| <br>   |                   |
| <b>I PENGENALAN</b>                              | 1.1               |
| 1.1 Latar Belakang                               | 1.1               |
| 1.2 Pernyataan Masalah                           | 1.5               |
| 1.3 Objektif                                     | 1.6               |
| 1.4 Kepentingan Penyelidikan                     | 1.7               |
| 1.5 Fokus Penyelidikan                           | 1.7               |
| 1.6 Ringkasan Keputusan                          | 1.8               |
| <br>   |                   |
| <b>II SOROTAN KAJIAN</b>                         | 2.1               |
| 2.1 Analisis Mandirian                           | 2.1               |
| 2.1.1 Fungsi Mandirian                           | 2.2               |
| 2.2 Jenis Penapisan                              | 2.6               |
| 2.2.1 Penapisan Jenis I                          | 2.7               |
| 2.2.2 Penapisan Jenis II                         | 2.8               |
| 2.2.3 Penapisan Rawak                            | 2.10              |
| 2.3 Kaedah Bayesian                              | 2.12              |
| 2.3.1 Teorem Bayes                               | 2.14              |
| 2.3.2 Taburan Prior dan Posterior                | 2.14              |
| 2.3.3 Pemilihan Prior                            | 2.16              |
| 2.3.3.1 Prior Konjugat                           | 2.16              |
| 2.3.3.2 Prior Non-Informatif                     | 2.18              |
| 2.3.4 Taburan Prediktif                          | 2.18              |
| 2.4 Taburan Pareto dan Sifatnya                  | 2.19              |
| 2.4.1 Parameter Skala Diketahui                  | 2.24              |
| 2.4.2 Parameter Bentuk Diketahui                 | 2.29              |
| 2.4.3 Parameter Skala dan Bentuk Tidak Diketahui | 2.31              |
| <br>   |                   |
| <b>III METODOLOGI PENYELIDIKAN</b>               | 3.1               |
| 3.1 Rekabentuk Penyelidikan                      | 3.1               |
| 3.1.1 Parameter Skala Diketahui                  | 3.2               |
| 3.1.2 Parameter Bentuk Diketahui                 | 3.8               |
| 3.1.3 Parameter Skala dan Bentuk Tidak Diketahui | 3.12              |

|  |      |
|--|------|
| 3.2 Ringkasan  | 3.18 |
| <b>IV KEPUTUSAN PENYELIDIKAN</b>                           | 4.1  |
| 4.1 Parameter Skala Diketahui                              | 4.1  |
| 4.1.1 Selang Peramalan Bayesian untuk Masa Hayat ke- $k+1$ | 4.1  |
| 4.1.2. Selang Peramalan Bayesian untuk Masa Hayat ke- $n$  | 4.5  |
| 4.2 Parameter Bentuk Diketahui                             | 4.9  |
| 4.2.1 Selang Peramalan Bayesian untuk Masa Hayat ke- $k+1$ | 4.9  |
| 4.2.2. Selang Peramalan Bayesian untuk Masa Hayat ke- $n$  | 4.13 |
| 4.3 Parameter Skala dan Bentuk Tidak Diketahui             | 4.16 |
| 4.2.1 Selang Peramalan Bayesian untuk Masa Hayat ke- $k+1$ | 4.16 |
| 4.2.2. Selang Peramalan Bayesian untuk Masa Hayat ke- $n$  | 4.21 |
| 4.4 Ringkasan  | 4.25 |
| <b>V KESIMPULAN</b>  | 5.1  |
| 5.1 Ringkasan  | 5.1  |
| 5.2 Kesimpulan   | 5.1  |
| 5.3 Kajian Masa Hadapan                                    | 5.3  |
| <b>BIBLIOGRAFI</b>   | R.1  |
| <b>LAMPIRAN</b>  | A.1  |
| <b>BIODATA PENULIS</b>                                     | B.1  |