Pertanika 15(2), 151-157 (1992)

Kriterium Majmuk bagi Penganggaran Parameter dan Peramalan Sambutan

KASSIM HARON
Jabatan Matematik
Universiti Pertanian Malaysia
43400 UPM, Serdang, Selangor Darul Ehsan, Malaysia.

Kata kunci: objektif, kriterium, rekabentuk, varians, kecekapan.

ABSTRAK

Kriterium majmuk berdaya darab digunakan untuk menjana suatu rekabentuk unik yang dapat memenuhi dua objektif penting serentak: penganggaran parameter dan peramalan sambutan. Kriterium varians teritlak dipilih untuk objektif pertama manakala kriterium fungsi varians atau kriterium varians terkamir untuk yang kedua.

ABSTRACT

A multiplicative compound criterion is used to generate a unique design which can simultaneously fulfil two important objectives: parameter estimation and response prediction. The generalised variance criterion is chosen for the first objective while the variance function or the integrated variance criterion is for the second.

1. PENDAHULUAN

Kebanyakan penyelidikan yang dijalankan berhubung dengan rekabentuk permukaan sambutan setakat ini lebih tertumpu kepada masalah penjanaan rekabentuk terbaik bagi memenuhi objektif tunggal. Dari itu, pertimbangan yang sewajarnya perlu diberi kepada masalah yang dihadapi oleh penyelidik yang mempunyai beberapa objektif tertentu untuk dicapai daripada sesuatu ujikaji. Dalam hal ini, suatu prosedur penjanaan rekabentuk yang lebih sesuai dan praktikal perlu dicari. Menghasilkan sesuatu set data dengan menggunakan rekabentuk yang berbeza bagi setiap objektif sudah tentu merugikan kerana proses sedemikian memerlukan masa dan kos perbelanjaan yang lebih. Harus diingat bahawa rekabentuk yang berbeza diperlukan kerana rekabentuk yang cekap bagi memenuhi suatu objektif mungkin kurang cekap bagi memenuhi objektif yang lain. Misalnya, rekabentuk yang cekap bagi objektif mendiskriminasikan beberapa model tak linear mungkin kurang cekap jika digunakan pula bagi tujuan menganggar parameter model (Hill *et al.* 1968).

Bagi mengatasi masalah objektif berganda, penggunaan suatu kriterium majmuk yang dapat mengambil kira objektif-objektif seseorang penyelidik secara serentak perlu difikirkan. Pengoptimuman yang sesuai, jika dilakukan ke atas kriterium seperti itu dapat menghasilkan suatu rekabentuk unik yang mampu digunakan bagi mencapai kesemua objektif. Setakat ini kriterium majmuk yang pernah dibincangkan oleh para penyelidik di dalam bidang rekabentuk ujikaji dapat dipecahkan kepada dua kategori iaitu kriterium berdaya tambah (Hill *et al.* 1968; Lauter 1974; Rasch & Herrendorfer 1980; Cook & Nachtsheim 1982) dan kriterium berdaya darab (Lauter 1974; Atkinson & Cox 1974; Smith 1987).

Secara matematiknya, kriterium majmuk berdaya tambah boleh ditulis sebagai

$$C_A : \sum_{i=1}^{m} \theta_i C_i \tag{1.1}$$

manakala kriterium berdaya darab pula ditulis sebagai

$$C_M : \prod_{i=1}^{m} C_i^{\theta_i} \tag{1.2}$$

dengan

$$0 \le \theta_i \le 1,\ m \ge 2,\ \sum_{i=1}^{m} \theta_i = 1$$

Dalam kes ini

C_i mewakili kriterium ke-i

dan

θ_i mewakili parameter pemberat yang sepadan dengan kriterium ke-i. Nilai yang diberi kepada θ_i akan mencerminkan tahap keutamaan objektif ke-i kepada penyelidik.

Di dalam kajian penulis, kriterium majmuk berdaya darab menjadi pilihan kerana ia bukan sahaja mudah dikendalikan tetapi juga rekabentuk multi-tujuan $\underset{\sim}{D}_M$ yang akan dihasilkan adalah tak varian terhadap perubahan dalam nilai parameter bagi model $y = f(\underset{\sim}{x}; \underset{\sim}{\beta})$ (Smith 1987). Di peringkat ini juga, hanya dua kriterium yang mewakili dua objektif berlainan sahaja dipertimbangkan. Kriterium-kriterium yang dipilih akan mewakili dua objektif penting yang biasanya menjadi tumpuan kepada para penyelidik. Objektif-objektif tersebut ialah:

(a) menganggar parameter model dengan kepersisan yang tinggi. Ini penting kerana parameter-parameter yang terdapat di dalam sesuatu model biasanya mewakili fenomena tertentu dalam ujikaji yang dijalankan.

(b) meramal sambutan, juga dengan kepersisan yang tinggi, pada aras tertentu sesuatu faktor atau pada aras-aras yang terkandung di dalam suatu rantau ujikaji χ.

Untuk objektif (a), kriterium yang diketahui paling sesuai digunakan ialah kriterium varians teritlak (Box & Lucas 1959) manakala kriterium-kriterium fungsi varians atau varians terkamir pula sesuai bagi mencapai objektif (b).

Di sepanjang kajian ini, polinomial songsang kuadratik satu faktor dengan asalan sifar, ditandakan dengan 1FQIP(β_0, β_1, β_2) dipilih sebagai modelnya memandangkan kesuaian model seperti ini dalam memperihalkan banyak ujikaji dalam bidang pertanian, biologi dan industri (Nelder 1966). Jika ralat ujikaji diandaikan bertabur secara normal dengan min sifar dan varians malar σ^2, maka sambutan min ke-j, boleh ditulis sebagai

$$E(y_j) =$$

$$Y_j = \frac{x_j}{\beta_0 + \beta_1 x_j + \beta_2 x_j^2} \qquad \begin{array}{l} x_j \geq 0 \,;\, \beta_0, \beta_2 > 0 \\ j = 1, 2, \ldots, N \end{array} \tag{1.3}$$

2. LATAR BELAKANG TEORI

2.1 Penganggaran Parameter

Seperti yang telah dinyatakan, kriterium varians teritlak, ditandakan dengan GV, diperlukan bagi memastikan bahawa dengan pemilihan rekabentuk yang sesuai, setiap parameter dapat dianggar dengan kepersisan yang tinggi secara serentak. Kriterium ini menyarankankan kita supaya meminimumkan varians teritlak iaitu penentu bagi matriks varians-kovarians $(\underset{\sim}{F}'\underset{\sim}{F})^{-1}\sigma^2$ terhadap aras-aras faktor $\underset{\sim}{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)'$. Secara matematiknya, masalah ditulis sebagai

$$\begin{aligned} \min_{\underset{\sim}{x}} GV(\underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{\beta}) &= \min_{\underset{\sim}{x}} \{ |(\underset{\sim}{F}'\underset{\sim}{F})| \}, \text{ andaikan} \\ &= \min_{\underset{\sim}{x}} \{ |(\underset{\sim}{F}'\underset{\sim}{F})| \}^{-1} \quad \sigma^2 = 1 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Matriks varians-kovarian boleh diperoleh dengan terlebih dahulu melakukan penglinearan fungsi model di sekitar nilai anggaran awal $\underset{\sim}{\beta}^*$, cukup hampir dengan $\underset{\sim}{\beta}$. Seterusnya, dengan menggunakan kembangan siri Taylor hingga ke peringkat pertama, kita peroleh sambutan hampiran

$$y_j \cong y_j^* + \sum_{i=0}^{2} (\beta_i - \beta_i^*) \left. \frac{\partial y_j}{\partial \beta_i} \right|_{\underset{\sim}{\beta} = \underset{\sim}{\beta}^*} \quad , j = 1, 2, \ldots, N \tag{2.2}$$

Jika ditakrifkan

$F = \{f_{ij}\}$; $i = 0, 1, 2, j = 1, 2, \ldots, N$

dengan

$$f_{ij} = \left. \frac{\partial y_j}{\partial \beta_i} \right|_{\underset{\sim}{\beta} = \underset{\sim}{\beta}^*} = -\frac{x_j}{\left(\sum_{i=0}^{2} \beta_i^* x_j^i \right)^2} \tag{2.3}$$

maka matriks maklumatnya boleh ditulis sebagai

$$\underset{\sim}{F}'\underset{\sim}{F} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 & Z_3 \\ .. & Z_3 & Z_4 \\ .. & .. & Z_5 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

dengan

$$Z_r = N \sum_{j=1}^{n} \frac{p_j \, x_j^{r+1}}{(\beta_0^* + \beta_1^* x_j + \beta_2^* x_j^2)^4} \quad ; \quad \begin{array}{l} r = 1, 2, \ldots, 5 \\ n < N \end{array}$$

dan

$$\sum_{j=1}^{n} p_j = 1$$

2.2 Peramalan Sambutan

2.2.1 Kriterium fungsi varians

Sekiranya peramalan sambutan di suatu aras tertentu x_0 dengan varians minimum menjadi matlamat seseorang penyelidik, maka penggunaan fungsi varians $V(x_0)$ diperlukan. Rumus bagi $V(x_0)$ diterbitkan seperti berikut:

Dari (2.2), (2.3) dan (2.4) kita peroleh

$$\mathrm{Var}(\hat{y}) \equiv \mathrm{Var}\left(\sum_{i=0}^{2}\hat{\beta}_i f_{ij}\right)$$

$$= \frac{x_j}{\left(\sum_{i=0}^{2}\beta_i^{*} x_j^{i}\right)^4}\left[\mathrm{Var}\,\hat{\beta}_0 + x_j^2\,\mathrm{Var}\,\hat{\beta}_1 + x_j^4\,\mathrm{Var}\,\hat{\beta}_2 + 2\left\{x_j\,\mathrm{kov}(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1) + x_j^2\,\mathrm{kov}(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_2) + x_j^3\,\mathrm{kov}(\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_2)\right\}\right] \tag{2.5}$$

dengan

$$\mathrm{var}\;\hat{\beta}_0 = \frac{(Z_3Z_5 - Z_4^2)}{|\underset{\sim}{F}'\underset{\sim}{F}|}\,\sigma^2;$$

$$\mathrm{var}\;\hat{\beta}_1 = \frac{(Z_1Z_5 - Z_3^2)}{|\underset{\sim}{F}'\underset{\sim}{F}|}\,\sigma^2$$

$$\mathrm{var}\;\hat{\beta}_2 = \frac{(Z_1Z_3 - Z_2^2)}{|\underset{\sim}{F}'\underset{\sim}{F}|}\,\sigma^2;$$

$$\mathrm{kov}\;(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1) = \frac{(Z_3Z_4 - Z_2Z_5)}{|\underset{\sim}{F}'\underset{\sim}{F}|}\,\sigma^2$$

$$\mathrm{kov}\;(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_2) = \frac{(Z_2Z_4 - Z_3^2)}{|\underset{\sim}{F}'\underset{\sim}{F}|}\,\sigma^2;$$

$$\mathrm{kov}\;(\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_2) = \frac{(Z_2Z_3 - Z_1Z_4)}{|\underset{\sim}{F}'\underset{\sim}{F}|}\,\sigma^2$$

Jadi, dari takrif fungsi varians (Box & Hunter 1957), maka

$$V(x_0) = N\sigma^{-2}\,\mathrm{Var}[\,\hat{y}(x_0)\,]$$

$$= \frac{N\,x_0^2}{\left(\sum_{i=0}^{2}\beta_i^{*} x_0^{i}\right)^4}\left\{b_{00} + 2b_{01}x_0 + (2b_{02} + b_{11})x_0^2 + 2b_{12}x_0^3 + b_{22}x_0^4\right\}$$

dengan

$b_{ii} = \mathrm{Var}(\hat{\beta}_i)$ $i = 0, 1, 2$

$b_{rs} = \mathrm{kov}(\hat{\beta}_r,\hat{\beta}_s)$ $r = 0, 1;\; s = 1, 2$; $r \neq s$

2.2.2 Kriterium varians terkamir

Ada ketikanya pula seseorang penyelidik itu berminat untuk membuat ramalan terhadap nilai-nilai sambutan pada aras faktor yang terkandung di dalam suatu rantau ujikaji χ. Bagi objektif seperti ini, kriterium varians terkamir $IV(x_0)$ dirasakan paling sesuai digunakan kerana ia dapat memastikan bahawa, secara puratanya, varians bagi sambutan suaian $\hat{y}$ adalah minimum didalam χ. Varians terkamir, $IV(x_0)$ ditakrifkan sebagai

$$IV(x_0) = N\Omega\sigma^{-2}\int_{x_0\in\chi}\mathrm{Var}\;\hat{y}\,(x_0)\;dx_0$$

dengan

$$\Omega^{-1} = \int_{x_0\in\chi} dx_0$$

dan

$\mathrm{Var}\;\hat{y}\,(x_0)$ seperti yang boleh didapati dalam (2.5)

3. REKABENTUK DWITUJUAN $D_{\underset{\sim}{M}}$ DAN $D_{\underset{\sim}{M}'}$ SERTA PERBINCANGAN

Dalam bahagian ini tumpuan diberikan dahulu kepada masalah penjanaan rekabentuk tunggal yang mengambil kira objektif-objektif:

(i) menganggar parameter β_0, β_1 dan β_2
(ii) meramalkan sambutan di suatu aras/titik tertentu x_0.

Bersesuaian dengan model yang dipilih iaitu kuadratik songsang $1FQIP(\beta_0, \beta_1, \beta_2)$ yang sering dikaitkan dengan pemodelan hasil tanaman/aras baja dalam bidang pertanian, maka peramalan hasil di aras baja maksimum $X_{mak} = \left(\frac{\beta_0}{\beta_2}\right)^{\frac{1}{2}}$ dengan kepersisan yang memuaskan merupakan antara matlamat para penyelidik dalam bidang tersebut.

Dalam hal ini, dicadangkan penggunaan kriterium majmuk berdaya darab

$$C_M : (GV)^{\theta/q}(V(x_0))^{1-\theta}\;;\; 0 \leq \theta \leq 1 \tag{31}$$

dengan q mewakili bilangan parameter dalam model. Dalam kes ini q = 3

Tidaklah begitu sukar untuk menunjukkan, secara algebra, bahawa peminimuman C_M akan menghasilkan penyelesaian optimum yang mempunyai sifat-sifat berikut:

(a) tiga titik berbeza $x_M = (x_1, x_2, x_3) = x_{GV}$ dengan x_{GV} mewakili titik D-optimum (Box & Lucas 1959).

(b) nisbah cerapan pada titik-titik x_1, x_2 dan x_3 masing-masing bersamaan $p_1 = p'$, $p_2 = 1 - 2p'$ dan $p_3 = p'$; 0 p' 1.

Jadual 1 memaparkan rekabentuk dwitujuan $\underset{\sim}{D}_M$ yang ditakrifkan sebagai

$$\underset{\sim}{D}_M = \begin{array}{c} x \\ p \end{array}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 \end{bmatrix}$$

dengan p_i mewakili nisbah bilangan cerapan yang diambil pada titik ke-x_i, i = 1, 2, 3, dijana untuk model 1FQIP(9, 1, 1) pada suatu jujukan nilai parameter pemberat θ dengan bantuan rutin pengoptimuman yang sesuai yang terdapat dalam perpustakaan NAG. Jelas kepada kita rekabentuk $\underset{\sim}{D}_M$ yang terhasil mempunyai sifat-sifat seperti yang dinyatakan di atas.

Kajian seterusnya mendapati bahawa untuk setiap nilai θ nisbah bilangan cerapan pada ketiga-tiga titik yang berpadanan tidak berubah untuk nilai $\underset{\sim}{\beta}^*$ yang lain.

Sementara itu, Jadual 2 pula dimuatkan dengan darjah kebagusan setiap rekabentuk yang dijana dengan $\underset{\sim}{\beta}^* = (9, 1, 1)$ dalam memenuhi objektif yang sepadan. Kebagusan setiap rekabentuk tersebut diukur berdasarkan kepada peratus kecekapan E(%) yang ditakrifkan sebagai

$$E\ (\%) = \frac{\left(C_i | \underset{\sim}{D}_i^*\right)}{\left(C_i | \underset{\sim}{D}_M\right)} \times 100 \qquad (3.2)$$

dengan

C_i, i = 1, 2 mewakili nilai kriterium ke-i

$\underset{\sim}{D}_i^*$ mewakili rekabentuk optimum bagi kriterium ke-i

JADUAL 1
Rekabentuk dwitujuan $\underset{\sim}{D}_M$ apabila $x_0 = \sqrt{\beta_0/\beta_2}$

Model 1FQIP (β_0, β_1, β_2)	θ		$\underset{\sim}{D}_M$		
	1.0	x	0.90	3.00	9.99
		p	1/3	1/3	1/3
	0.8	x	0.90	3.00	9.99
		p	0.27	0.46	0.27
	0.7	x	0.90	3.00	9.99
		p	0.23	0.54	0.23
(9, 1, 1)	0.5	x	0.90	3.00	9.99
		p	0.17	0.66	0.17
	0.2	x	0.90	3.00	9.99
		p	0.07	0.86	0.07
	0.1	x	0.90	3.00	9.99
		p	0.03	0.94	0.03
	0.0	x	0.90	3.00	9.99
		p	0.0	1.0	0.0

JADUAL 2
Kecekapan E (%) bagi rekabentuk $\underset{\sim}{D}_M$

θ	Kecekapan E (%)	
	C_1	C_2
1.0	100.0	–
0.8	89.55	46.70
0.7	78.46	53.30
0.5	49.92	66.70
0.2	10.35	86.70
0.1	3.66	93.00
0.0	–	100.00

Perkara yang menarik yang dapat dirumuskan daripada Jadual 2 ialah peratus kecekapan E(%) yang agak peka terhadap perubahan dalam nilai θ. Bagaimanapun, kepekaan yang diperlihatkan tidaklah memeranjatkan kerana kita sebenarnya telah melakukan suatu kompromi dengan menggabungkan dua kriterium yang masing-masing akan menghasilkan rekabentuk terbaik yang berlawanan bentuk. Rekabentuk D-optimum iaitu rekabentuk terbaik bagi penganggaran parameter memerlukan cerapan yang sama banyak diambil pada tiga aras/titik yang berbeza. Sebaliknya, kriterium fungsi varians $V(x_0)$ pula menghasilkan rekabentuk terbaik dengan kesemua cerapan perlu di ambil hanya pada titik x_0 itu sendiri (sila lihat Jadual 1). Inilah punca yang nyata kenapa pencapaian E(%) bagi $\underset{\sim}{D}_M$ tidak begitu terserlah. Sungguhpun begitu, nilai θ = 0.7 masih mampu memberikan peratus kecekapan yang agak baik iaitu 78% jika digunakan bagi maksud menganggar parameter dan 53% bagi ramalan sambutan di X_{mak}. Perlu ditegaskan bahawa kelemahan dari segi pencapaian peratus kecekapan seperti ini boleh dielakkan sekiranya kompromi yang melibatkan kriterium-kriterium yang lebih sesuai digunakan. Ini akan dijelaskan dalam perbincangan berikutnya. Sementara itu kecekapan rekabentuk di dalam keadaan lain iaitu dengan nilai β^* yang berlainan didapati tidak berubah untuk setiap nilai θ.

Sekiranya objektif kedua masih dalam meramalkan sambutan tetapi kali ini dengan mengambil kira sambutan-sambutan pada aras faktor yang terkandung di dalam suatu rantau χ, maka dicadangan kriterium majmuk berikut:

$$C_{M}: (GV)^{\theta/3}(IV(x_0))^{1-\theta} \; ; 0 \le \theta \le 1 \qquad (3.3)$$

Satu set rekabentuk $\underset{\sim}{D}'_M$ yang dijana dalam rantau χ: (0, 12) dapat dilihat dalam Jadual 3. Jelas bahawa, tidak seperti kes terdahulu, rekabentuk optimum bagi penganggaran parameter (θ = 1) dan peramalan sambutan (θ = 0) masing-masing mengandungi tiga titik yang berbeza. Misalnya, dengan $\theta = 0$

$$\underset{\sim}{D}'_M = \begin{array}{c} x \\ p \end{array}\begin{bmatrix} 0.95 & 3.12 & 9.10 \\ 0.22 & 0.32 & 0.46 \end{bmatrix}$$

tetapi

$$\underset{\sim}{D}'_M = \begin{array}{c} x \\ p \end{array}\begin{bmatrix} 0.90 & 3.00 & 9.99 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

Selain itu, kita juga dapati bahawa tidak terdapat perubahan yang banyak di dalam rekabentuk $\underset{\sim}{D}'_M$ apabila nilai-nilai θ beralih dari 0 ke 1.

JADUAL 3
Rekabentuk dwitujuan $\underset{\sim}{D}'_M$ dalam rantau ujikaji χ: (0,12)

Model IFQIP (β_0, β_1, β_2)	θ				
	1.0	x	0.90	3.00	9.99
		p	1/3	1/3	1/3
	0.8	x	0.91	3.02	9.88
		p	0.32	0.33	0.35
	0.6	x	0.91	3.05	9.74
		p	0.30	0.33	0.37
(9, 1, 1)	0.4	x	0.92	3.07	9.58
		p	0.28	0.33	0.39
	0.2	x	0.93	3.09	9.49
		p	0.26	0.33	0.41
	0.0	x	0.95	3.12	9.10
		p	0.22	0.32	0.46

Justeru itu, rekabentuk

$$\begin{array}{c} x \\ p \end{array}\begin{bmatrix} 0.92 & 3.07 & 9.58 \\ 0.28 & 0.33 & 0.39 \end{bmatrix}$$

yang dijana dengan θ = 0.4 misalnya, jika digunakan bagi menganggar parameter dan meramal sambutan, masing-masing sebagai objektif tunggal, di dalam rantau χ:(0, 12), dijangka dapat menghasilkan kepersisan yang tinggi. Sebenarnya, dengan menggunakan sukatan kecekapan seperti yang diberikan dalam (3.2), masing-masing didapati mencatatkan kepersisan yang melebihi 97%.

4. PENGGUNAAN DAN ILUSTRASI

Hasil ujikaji yang dijalankan oleh Morrison *et al.* (1980) dipertimbangkan. Dalam kajian tersebut, rekabentuk sama ruang dengan enam aras yang berbeza telah digunakan untuk mengutip data bagi memperihalkan hubungan antara hasil 'ryegrass' dan aras baja nitrogen. Set-set data yang dikutip daripada 21 kawasan pertanian digunakan untuk penyuaian model. Polinomial songsang kuadratik didapati model yang sesuai.

Nilai parameter β bagi model yang mewakili Kawasan 6 (Kassim 1989) dipilih sebagai nilai penganggar awal β^*. Sekiranya menganggar parameter model β sebagai objektif utama dan meramal hasil maksimum sebagai objektif sampingan penyelidik maka penggunaan kriterium C_M dengan θ = 0.7 menghasilkan

$$\underset{\sim}{D}'_M = \begin{array}{c} x \\ p \end{array}\begin{bmatrix} 281.4 & 689.6 & 1690 \\ 0.23 & 0.54 & 0.23 \end{bmatrix}$$

Rekabentuk yang terhasil menyarankan supaya pengutipan data dilakukan dengan mengambil 23% daripada keseluruhan cerapan masing-masing pada aras baja 281.4 kg/ha dan 1690.0 kg/ha manakala cerapan selebihnya dikutip pada aras 689.6 kg/ha. Data yang dikutip kemudiannya digunakan untuk menganggar β dan juga untuk meramal hasil maksimum dengan menggunakan kaedah statistik yang sedia ada atau menggunakan pakej statistik seperti SAS (PROC NLIN).

Sebagai ilustrasi, dua set data yang mengandungi 30 bacaan sambutan untuk menganggar parameter model dijana secara simulasi dengan menggunakan kedua-dua jenis rekabentuk iaitu:

(i) rekabentuk klasik sama ruang dengan 5 bacaan masing-masing dicerap pada aras baja (dalam Kg) 281, 563, 844, 1125, 1406 dan 1690.

(ii) rekabentuk yang terhasil dengan menggunakan kriterium majmuk C_M dengan $\theta = 0.7$ seperti yang dicadangkan.

Proses simulasi dengan 50 larian dilakukan dengan menggunakan nilai parameter $\beta_0 - 4.00 \times 10^{-2}$, $\beta_1 = -4.04 \times 10^{-5}$ dan $\beta_2 = 8.41 \times 10^{-8}$ yang diandaikan nilai sebenar parameter-parameter model (Kassim 1989). Ralat ujikaji (andaikan bertaburan normal dengan min sifar dan varians malar) dengan pekali ubahan, C.V = 10% dimasukkan ke dalam setiap cerapan yang dijana pada aras-aras baja tersebut. Analisis statistik untuk mencari nilai-nilai $\hat{\beta}$, $\hat{Y}_{Mak}$, Var $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ dan Var $\hat{Y}_{Mak}$ $\left[Y_{Mak} = \left(2\sqrt{\beta_0\beta_2} + \beta_1\right)^{-1}\right]$ kemudiannya dijalankan ke atas set-set data tersebut. Hasilnya dimuatkan di dalam Jadual 4(a) dan Jadual 4(b)

JADUAL 4(A)

Nilai-nilai $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ dan $\hat{Y}_{Mak}$ yang dihasilkan oleh rekabentuk dwitujuan $\underset{\sim}{D}_M$ dan rekabentuk klasik sama ruang $\underset{\sim}{D}_K$

Penganggar	Rekabentuk	
	$\underset{\sim}{D}_M$	$\underset{\sim}{D}_K$
$\hat{\beta}_0$	3.908×10^{-2}	4.02×10^{-2}
$\hat{\beta}_1$	-4.12×10^{-5}	-4.11×10^{-5}
$\hat{\beta}_2$	8.50×10^{-8}	8.11×10^{-8}
$\hat{Y}_{Mak}$	13,310.77	13,386.05

JADUAL 4(B)

Nilai-nilai Var $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ dan Var $\hat{Y}_{Mak}$ yang dihasilkan oleh rekabentuk dwitujuan $\underset{\sim}{D}_M$ dan rekabentuk klasik sama ruang $\underset{\sim}{D}_K$

Varian	Rekabentuk	
	$\underset{\sim}{D}_M$	$\underset{\sim}{D}_K$
$\hat{\beta}_0$	0.0784	0.2275
$\hat{\beta}_1$	0.6475	0.5289
$\hat{\beta}_2$	0.3565	0.6649
$\hat{Y}_{Mak}$	10.76×10^4	18.72×10^4

Jika diteliti kedua-dua Jadual 4(a) dan Jadual 4(b), jelas bahawa untuk menganggar parameter dan juga meramal hasil maksimum secara serentak maka rekabentuk yang dicadangkan mempunyai kelebihan berbanding dengan rekabentuk klasik sama ruang kerana varians yang sepadan yang dicatat masing-masing didapati lebih kecil. Dengan itu rekabentuk dwitujuan boleh dikatakan suatu rekabentuk yang lebih tinggi darjah kecekapannya.

5. KESIMPULAN

Hasil daripada kajian yang dijalankan jelas menunjukkan bahawa kriterium majmuk berdaya darab mampu berfungsi sebagai alat dalam menerbitkan suatu rekabentuk unik yang dapat dimanfaatkan bagi memenuhi dua objektif penting iaitu menganggar parameter dan meramal sambutan. Di samping itu, dapat juga disimpulkan bahawa kriterium individu yang membentuk kriterium majmuk memainkan peranan yang penting dalam menentukan kecekapan rekabentuk dwitujuan D_M/D_M, yang terjana.

RUJUKAN

ATKINSON, A.C. and D.R. COX. 1974. Planning Experiments for Discriminating between Models, *Journal of the Royal Statistical Society Ser. B* **36**: 321-348.

BOX, G.E.P and J.S. HUNTER. 1957. Multifactor Experimental Designs for Exploring Response Surfaces. *Annals of Mathematical Statistics* **28**: 195-241.

BOX, G.E.P and H.L. LUCAS. 1959. Design of Experiments in Nonlinear Situations. *Biometrika* **46**: 77-90.

COOK, R.D. and C.J. NACHTSHEIM. 1982. Model Robust, Linear-optimal Designs. *Technometrics* **24**: 49-54.

HILL, W.J., W.G. HUNTER and D.W. WICHERN. 1968. A Joint Design Criterion for the Dual Problem of Model Discrimination and Parameter Estimation. *Technometrics* **10**: 145-160.

KASSIM, H. 1989. Optimal Design Spacing for the Estimation of the Quadratic Inverse Polynomial Parameters. *Pertanika* **12(2)**: 239-244.

LAUTER, E. 1974. Experimental Design in a Class of Models. *Mathematische Operationsforschung und Statistik* **5**: 379-398.

MORRISON, J, M.V. JACKSON and P.E. SPARROW. 1980. The Response of Perennial Ryegrass to Fertiliser Nitrogen in Relation to Climate and Soil. *Grassland Research Institute Technical Report* **27**.

NELDER, J.A. 1966. Inverse Polynomials, a Useful Group of Multifactor Response Functions. *Biometrics* **22**: 128-141.

RASCH, D. and G. HERRENDORFER. 1980. Experimental Design and Optimal Decision 11. Estimation of the Slope of the Linear Regression. *Mathematische Operationsforschung und Statistik*, Ser. Stat. **11**: 125-136.

SMITH, J.R. 1987. Design and Experiments for the Precise Estimation of the Optimum, Economic Optimum and Parameters for One Factor Inverse Polynomial Model. *Unpublished Ph.D thesis*, University of Reading.

(Diterima 29 Jun 1989)