Pertanika 5(2), 134–140 (1982)

# Penyelesaian Masalah Alokasi dengan Kaedah Pengaturcaraan Dinamik (On Solving Allocation Problems by Dynamic Programming Method)

ISMAIL MOHD.
*Jabatan Matematik, Fakulti Sains dan Pengajian Alam Sekitar, Universiti Pertanian Malaysia, Serdang, Selangor, Malaysia.*

**Key words:** **Allocation problems; dynamic programming method.**

## SUMMARY

*The allocation problems can be solved by dynamic programming method instead of the derivative principle and the resulting solution is the global solution.*

## RINGKASAN

*Tanpa menggunakan prinsip terbitan masalah alokasi dapat diselesaikan dengan kaedah pengaturcaraan dinamik dan penyelesaian yang dihasilkan adalah penyelesaian optimum sejagat.*

## PENDAHULUAN

Biasanya kaedah yang paling sederhana dalam penyelesaian masalah pengoptimuman ialah kaedah yang menggunakan prinsip terbitan. Walaubagaimana pun terdapat kesukaran dalam menggunakan kaedah seperti di atas.

Walsh (1975) telah memperkenalkan satu kaedah penyelesaian masalah alokasi dengan menggunakan kaedah pengaturcaraan dinamik tanpa menggunakan terbitan. Dalam bukunya Walsh telah meninjau masalah alokasi iaitu memaksimumkan fungsi indeks yang monotonik dan boleh pisah

$$Z = \sum_{i=1}^{n} f_i(x_i) \quad i = 1, \ldots, n \tag{0.1}$$

tertakluk kepada kekangan yang boleh pisah

$$\sum_{j=1}^{n} g_i(x_i) \leqslant b \tag{0.2}$$

$$\text{dan} \quad g_i(x_i) \geqslant 0 \quad i = 1, \ldots, n$$
$$\text{serta} \quad x_i \in [0, b] \quad i = 1, \ldots, n. \tag{0.3}$$

Dalam penulisan ini kita akan menggantikan kekangan berbentuk hasiltambah di atas dengan kekangan berbentuk hasildarab dan akan membincangkan apakah syarat-syarat yang mesti dikenakan kepada $g_i(x_i)$ dan $x_i$, $i = 1, \ldots, n$.

Kaedah pengaturcaraan dinamik ialah satu teknik pengoptimuman yang unggul dan banyak digunakan dalam masalah-masalah yang bentuk penyelesaiannya diselesaikan secara penyelesaian berperingkat. Penyelesaian berperingkat ini didasarkan atas satu prinsip yang disebut prinsip optimum.

*Tatatanda-tatatanda*

$x_i$ = Pembolehubah keputusan pada peringkat ke-i

$\eta_i$ = Pembolehubah keadaan pada peringkat ke-i

$\eta_{ij}$ = Komponen ke-j bagi $\eta_i$

$\eta_{ijk}$ = Komponen ke-k bagi $\eta_{ij}$

s = Jumlah alokasi yang hendak dibahagikan kepada aktiviti-aktiviti.

$\Pi$ = tanda hasildarab

$\Sigma$ = tanda hasiltambah

$\bar{x}_i$ = nilai maksimum keputusan ke-i

$\bar{x}_{ij}$ = nilai maksimum komponen ke-j bagi $\bar{x}_i$

$\bar{x}_{ijk}$ = nilai maksimum komponen ke-k bagi $\bar{x}_{ij}$

Key to author's name: M. Ismail.

**Pengoptimuman Multi-Peringkat**

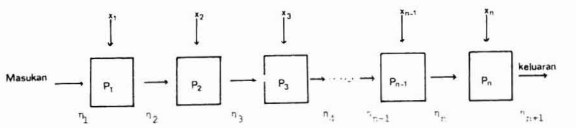
Kita memaksudkan penyelesaian berperingkat ialah suatu penyelesaian yang memberikan kita satu keputusan pada setiap peringkat atau submasalah. Ini bererti kita akan memperolehi satu jujukan keputusan yang akhirnya merupakan penyelesaian kepada masalah tersebut secara sempurna.

Setiap peringkat mempunyai satu pembolehubah yang disebut pembolehubah peringkat dan mengambil nilai 1 , 2 , 3, . . . . Disebabkan pada setiap peringkat kita akan memperolehi keputusan maka setiap peringkat terdapat pembolehubah keputusan $x_i$ untuk peringkat ke-i. Untuk memperoleh keputusan di atas diperlukan satu pembolehubah lain yang disebut pembolehubah keadaan $\eta_i$ untuk peringkat ke-i.

Pada setiap peringkat, pembolehubah keadaan boleh lebih dari satu, tetapi dalam penulisan ini kita hanya meninjau satu pembolehubah keadaan sahaja pada setiap peringkat.

**Kaedah Multi-Peringkat**

Tinjaulah rajah 1.1




*Rajah 1.1. Sistem Multi-Peringkat*

Pada peringkat $P_1$ satu keputusan $x_1$ dibuat setelah penjelmaan masukan $\eta_1$ ke $\eta_2$ terjadi dengan satu proses yang digambarkan oleh

$$\eta_2 = \phi\,[\,\eta_1\,,\,x_1\,] \tag{1.1}$$

Begitu juga pada peringkat $P_2$, setelah penjelmaan masukan $\eta_2$ ke- $\eta_3$, akan diperoleh satu keputusan $x_2$ dengan proses

$$\eta_3 = \phi\,[\,\eta_2\,,\,x_2\,] \tag{1.2}$$

Pada amnya proses penjelmaan dari peringkat keperingkat dapat diungkapkan sebagai berikut iaitu

$$\eta_{i+1} = \phi\,[\,\eta_i\,,\,x_i\,]\,,\; i = 1, \ldots, n \tag{1.3}$$

Dari kacamata pengoptimuman keputusan-keputusan $x_i$, i = 1 , . . . , n dapat dilakukan dengan meninjau pengmaksimuman fungsi skalar

$$A = \sum_{i=1}^{n} f_i\,[\,\eta_i\,,\,x_i\,] \tag{1.4}$$

Jika persamaan (1.3) digantikan ke dalam persamaan (1.4) maka untuk $\eta_1$ yang diketahui, A diperoleh dalam sebutan pembolehubah-pembolehubah keputusan sahaja iaitu

$$A = F\,[\,x_1\,,\,x_2\,,\,\ldots\,,\,x_n\,] \tag{1.5}$$

Jadi sekarang diperoleh masalah dalam n pembolehubah keputusan sahaja iaitu (1.5) di atas dan ini adalah sesuai dengan (0.1).

Syarat perlu untuk pemaksimuman (1.5) ialah

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = 0\,,\, i = 1\,, \ldots, n\,, \tag{1.6}$$

Dalam amali didapati penyelesaian sistem persamaan-persamaan (1.6) adalah sukar sehingga diperkenalkan satu kaedah yang akan kita tunjukkan nanti.

**Prinsip Optimum**

Penyelesaian masalah alokasi yang akan kita selesaikan dengan kaedah pengaturcaraan dinamik diskrit memerlukan sifat-sifat tertentu. Untuk menyelesaikan masalah pada peringkat ke-i diperlukan maklumat pada peringkat ke(i−1) dan begitulah seterusnya.

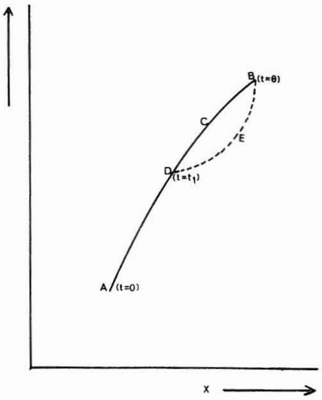
Dengan demikian diharapkan diperoleh satu bentuk kaedah penyelesaian bagi satu peringkat yang juga merupakan bentuk kaedah penyelesaian bagi peringkat yang lain pula. Bentuk kaedah penyelesaian yang dimaksudkan ialah 'hubungan jadi semula'. Keputusan yang diperolehi pada setiap peringkat adalah optimum. Dengan demikian hubungan jadi semula bagi setiap peringkat yang membentuk sublengkuk dalam lintasan optimum, juga optimum. Hal seperti demikian disebut prinsip optimum.

*Pernyataan Prinsip Optimum*

Prinsip optimum dapat dinyatakan sebagai berikut:

Satu jujukan keputusan optimum mempunyai sifat bahawa apapun keputusan-keputusan dan keadaan-keadaan awal, keputusan-keputusan sesudahnya mestilah membentuk satu jujukan keputusan optimum yang memerlukan keadaan yang dihasilkan dari keputusan-keputusan sebelumnya.

Untuk memudahkan lagi fahaman kita akan prinsip optimum di atas marilah kita lihat akan buktinya seperti di bawah:




*Rajah 2.1. Prinsip Optimum*

Tinjaulah rajah 2.1 di atas iaitu satu surihgerak optimum unik $\overline{ACB}$ yang ada di antara dua titik tetap dalam satu ruang keadaan ( $\eta$ , x).

Pada $t = t_1$, keadaan mencapai satu titak D diberikan oleh keputusan-keputusan sebelumnya. Prinsip optimum menuntut bahawa bahagian DCB yang merupakan sebahagian dari surihgerak ACB adalah juga optimum.

*Bukti*

(1) Diketahui $\overline{ACB}$ adalah optimum

dan (2) D di atas ACB

(3) Jika satu lintasan optimum selang-seli wujud maka (1) dan (2) mestilah palsu.

(4) Lainnya, $\overline{DCB}$ dan DEB mestilah secaman.

**Masalah Tinjauan**

Dari bahagian 1 kita telah membincangkan pengoptimuman multi-peringkat yang telah menuangkan masalah tinjauan kita ke dalam bentuk

$$A = \sum_{i=1}^{n} f_i(x_i) \qquad (3.1)$$

yang diperoleh setelah menggantikan pemboleh-ubah-pembolehubah keadaan dalam (1.4) dengan pembolehubah-pembolehubah keputusan. Pembolehubah-pembolehubah keputusan ini ditentukan oleh pembolehubah-pembolehubah keadaan.

Dari persamaan (1.3) diperoleh

$$\eta_2 = \phi[\eta_1, x_1]$$

$$\eta_{n+1} = \phi[\eta_n, x_n]$$

Dengan mendarabkan ungkapan-ungkapan yang sepadan antara persamaan-persamaan di atas diperoleh

$$\eta_2 \ldots \eta_{n+1} = \phi[\eta_1, x_1] \ldots \phi[\eta_n, x_n] \qquad (3.2)$$

Jelas $\eta_2, \ldots, \eta_n$ dapat ditentukan dari (1.3) sebab $\eta_1$ telah diketahui (sebelum proses dimulai). Selanjutnya hasildarab $\eta_2 \ldots \eta_{n+1}$ digantikan dengan s sehingga (3.2)* dapat ditulis menjadi

$$\prod_{i=1}^{n} g_i(x_i) \leqslant s \qquad (3.2)$$

di mana $g_i(x_i) = \phi[\eta_i, x_i]$ ;

$$\left.\begin{array}{ll} & g_i(x_i) > 0 \\ \text{dan} & x_i \in (0, s) \end{array}\right\} \qquad (3.3)$$

Syarat (3.3) yang dikenakan ke atas $g_i(x_i)$ dan $x_i$ ialah supaya kita tidak terlibat dengan pembahagi sifar. Fungsi matlamat (3.1) adalah fungsi yang boleh pisah dan monotonik. Sedangkan kekangan (3.2) adalah fungsi yang boleh pisah sahaja. Seterusnya $g_i(x_i)$ untuk setiap $i = 1, \ldots,$ n disebut aktiviti. Contoh praktiknya ditunjukkan oleh contoh 6.2.

Jadi masalah tinjauan kita ialah hendak memaksimumkan atau meminimumkan (3.1) tertakluk kepada kekangan-kekangan (3.2) dan (3.3). Masalah tinjauan kita ini disebut masalah alokasi sebab kita hendak membahagikan sumber s dikalangan aktiviti-aktiviti sehingga (3.1) maksimum atau minimum dengan syarat (3.3). Di sini akan dibincangkan masalah maksimum sahaja.

**Kaedah Penyelesaian**

Masalah alokasi (3.1) dengan syarat-syarat (3.2) dan (3.3) ialah masalah pencarian nilai-nilai keputusan $x_i$, $i = 1, \ldots,$ n, yang optimum.

Dalam pengaturcaraan dinamik, kekangan (3.2) dapat ditulis menjadi

$$\prod_{i=1}^{n} g_i(x_i) \leqslant \eta_n \leqslant s \qquad (4.1)$$

dengan $\eta_n$ ialah pembolehubah keadaan. Manfaatnya di atas mengetengahkan $\eta_n$ ialah untuk menjadikan masalah kita ke dalam peringkat masalah-masalah dengan menggantikan pemalar s dengan pembolehubah $\eta_n$.

Misalkan $F_n(\eta_n)$ menyatakan nilai maksimum A dalam (3.1) tertakluk kepada kekangan-kekangan (3.2) dan (3.3). Jadi

$$F_n(\eta_n) = \max_{x_1,\ldots,x_n} \left\{ f_n(x_n) + \sum_{i=1}^{n-1} f_i(x_i) \right\} \quad (4.2)$$

Subskrip n pada persamaan (4.2) menyatakan satu masalah peringkat ke-n. Tujuan sebenarnya ialah hendak mencari $F_n$ (s) tetapi dengan bantuan proses di atas akan dapat dicapai tujuan kita itu.

Sebagai langkah pertama hendak ditentukan hubungan antara (4.2) atau masalah peringkat ke-n dengan masalah peringkat ke (n — 1).

Misalkan pengmaksimuman terhadap $x_n$ dalam (4.2) memberikan hasil

$$F_n(\eta_n) = f_n[\bar{x}_n(\eta_n)] + \max_{x_1,\ldots,x_{n-1}} \sum_{i=1}^{n-1} f_i(x_i) \quad (4.3)$$

dengan $x_1, \ldots, x_{n-1}$ dalam pengmaksimuman sisa memenuhi kekangan-kekangan (3.3) dan

$$\prod_{i=1}^{n-1} g_i(x_i) \leqslant \frac{\eta_n}{g_n[\bar{x}_n(\eta_n)]} \quad (4.4)$$

(4.4) dapat ditulis demikian sebab $\bar{x}_n$ sudah dapat ditentukan. Persamaan (4.3) menghubungkan masalah peringkat ke-(n – 1) yang serupa. Seterusnya persamaan (4.3) dapat ditulis menjadi

$$F_n(\eta_n) = f_n[\bar{x}_n(\eta_n)] + F_{n-1}\left\{\eta_n/g_n[\bar{x}_n(\eta_n)]\right\} \quad (4.5)$$

Jelas (4.5) memberitahu kita bahawa ruas kanan tanda sama, adalah nilai maksimum untuk $x_n = \bar{x}_n$. Dengan ini persama (4.5) dapat ditulis menjadi

$$F_n(\eta_n) = \max_{x_n} \left\{ f_n(x_n) + F_{n-1}[\eta_n/g_n(x_n)] \right\} \quad (4.6)$$

dengan $x_n > 0$ dan $g_n(x_n) \leqslant \eta_n$ sebab (4.1). Jika kita tulis $\eta_{n-1} = \eta_n/g_n(x_n)$

maka persamaan (4.6) dapat ditulis menjadi

$$F_n(\eta_n) = \max_{x_n} \left\{ f_n(x_n) + F_{n-1}(\eta_{n-1}) \right\} \quad (4.7)$$

Juga dari (4.3), (4.4) dan (4.5), penyelesaian peringkat ke-(n — 1) sisanya, adalah menjadi

$$F_{n-1}(\eta_{n-1}) = \max_{x_1,\ldots,x_{n-1}} \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} f_i(x_i) \right\}, \quad (4.8)$$

dengan $x_1, \ldots, x_{n-1}$ memenuhi kekangan (3.3) bersama-sama dengan

$$\prod_{i=1}^{n-1} g_i(x_i) \leqslant \eta_{n-1} \quad (4.9)$$

Didapati bahawa masalah peringkat ke-(n — 1) adalah tepat sama bentuknya dengan masalah peringkat ke-n iaitu (4.1) dengan (4.9) dan (4.2) dengan (4.8). Jika masalah peringkat ke-(n — 1) dapat diselesaikan maka dengan menggunakan persamaan (4.7), masalah perinkat ke-n dapat diselesaikan.

Dengan sifat dan cara yang sama, penyelesaian masalah peringkat ke-(n — 1) dapat dihubungkan dengan penyelesaian masalah peringkat ke-(n — 2).

Pada amnya kita memperoleh satu hubungan yang disebut hubungan jadi semula

$$F_k(\eta_k) = \max_{x_k} \left\{ f_k(x_k) + F_{k-1}(\eta_{k-1}) \right\}, \quad (4.10)$$

untuk $k = 1, 2, \ldots, n$ dengan

$$\eta_{k-1} = \eta_k/g_k(x_k) \quad (4.11)$$

dan $x_k$ adalah tertakluk kepada kekangan (3.3) bersama-sama dengan

$$g_k(x_k) \leqslant \eta_k$$

Apabila k = 1 maka dalam persamaan (4.10) diambil $F_o(\eta_o) = 0$.

## Algoritma

Sekali lagi kalau diperhatikan persamaan (4.10), kita tidak dapat menghitung $F_k(\eta_k)$ tanpa mengetahui nilai $F_{k-1}(\eta_{k-1})$. Sesungguhnya kita mestilah menghitung $F_1(\eta_1)$ dengan pengmaksimuman atas $x_1$, $F_2(\eta_2)$ dengan pengmaksimuman atas $x_2, \ldots, F_n(\eta_n)$ dengan pengmaksimuman atas $x_n$. Dengan demikian, algoritma kita ialah:

1. Mulai dengan k = 1 , 2, . . . , n hitunglah

$$F_k(\eta_k) = \max_{x_k} \{f_k(x_k) + F_{k-1}(\eta_{k-1})\} \quad (5.1)$$

dengan $x_k > 0$

$$g_k(x_k) \leqslant \eta_k\,, \quad (5.2)$$

$$\eta_{k-1} = \eta_k / g_k(\eta_k)\,, \quad (5.3)$$

$$F_o(\eta_o) = 0\,, \quad (5.4)$$

dan $\eta_k$ mengambil nilai-nilai yang dibenarkan dalam selang (0, s).

2. Dari 1 peroleh nilai-nilai jujukan

$$F_1(\eta_1), F_2(\eta_2), F_3(\eta_3), \ldots, F_n(\eta_n) \quad (5.5)$$

sehingga nilai maksimum

$$A^* = F_n(s) \quad (5.6)$$

dihasilkan.

3. Dengan menggunakan (5.6) akan diperoleh nilai-nilai maksimum $x_1$ , $x_2$ , . . . , $x_n$ iaitu:

$$x_n^* = \bar{x}_n(s)$$

$$\eta_{n-1}^* = s/g_n(x_n^*), x_{n-1}^* = \bar{x}_{n-1}(\eta_{n-1}^*)$$

$$\eta_{n-2}^* = \eta_{n-1}^*/g_{n-1}(x_{n-1}^*), x_{n-2}^*$$

$$= \bar{x}_{n-2}(\eta_{n-2}^*), \ldots$$

$$\eta_1^* = \eta_2^*/g_2(x_2^*), x^* = \bar{x}_1(\eta_1^*).$$

4. Penyelesaian optimum ialah

$$x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^* \text{ dan } A^* = F_n(s)$$

**Penggunaan**

*Contoh 6.1*

Maksimumkan

$$A = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \quad (6.1)$$

tertakluk kepada

$$x_1 x_2 x_3 \leqslant 5 \quad (6.2)$$

dan

$$x_1, x_2 \text{ dan } x_3$$

adalah integer positif.

Penyelesaian

Dengan menggunakan (5.1) , (5.2) dan (5.4) definisikan

$$F_1(\eta_1) = \max_{x_1} \{x_1^2\} \quad (6.3)$$

dengan $0 \leqslant x_1 \leqslant \eta_1 \leqslant 5$ (6.4)

Seterusnya dengan syarat (6.2) $\eta_1$ hendaklah mengambil nilai-nilai, 1 , 2 , 3 , 4 , 5 dan $x_1$ mengambil nilai-nilai 1 , 2 , 3 , 4 , 5. Untuk peringkat pertama ini lihatlah jadual 6.1 di bawah.

JADUAL 6.1
(Peringkat Pertama)

| $\eta_1$ | $x_1$ | $F_1(\eta_1)$ | $\bar{x}_1(\eta_1)$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1,2 | 4 | 2 |
| 3 | 1,2,3 | 9 | 3 |
| 4 | 1,2,3,4 | 16 | 4 |
| 5 | 1,2,3,4,5 | 25 | 5 |

Dalam peringkat ke-2 takrifkan

$$F_2(\eta_2) = \max_{x_2} \{x_2^2 + F_1(\eta_1)\} \quad (6.5)$$

dengan

$$0 < x_2 < \eta_2 \leqslant 5 \quad (6.6)$$

serta $\eta_1 = \eta_2 / g_2(x_2)$ (6.7)

Di sini $\eta_2$ mengambil nilai-nilai 1, 2, 3, 4, 5 dan $x_2$ mengambil nilai-nilai 1, 2, 3, 4, 5. Dengan maklumat di atas diperoleh jadual 6.2 di bawah bagi peringkat kedua iaitu (Nilai perpuluhan $\eta_1$ dapat diabaikan).

JADUAL 6.2
(Peringkat Kedua)

| $\eta_2$ | $x_2$ | $\eta_1$ | $F_2(\eta_2)$ | $x_2(\eta_2)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 1,2 | 2,1 | 5 | 1,2 |
| 3 | 1,2,3 | 3,1,1 | 10 | 1,3 |
| 4 | 1,2,3,4 | 4,2,1,1 | 17 | 1,4 |
| 5 | 1,2,3,4,5 | 5,2,1,1,1 | 26 | 1,5 |

Dalam peringkat ketiga takrifkan

$$F_3(\eta_3) = \max_{x_3} \left\{x_3^2 + F_2(\eta_2)\right\} \qquad (6.8)$$

dengan

$$0 < x_3 < \eta_3 \leqslant 5 \qquad (6.9)$$

serta $\eta_2 = \eta_3 / g_3(x_3)$ (6.10)

Di sini $\eta_3$ mengambil nilai-nilai 1, 2, 3, 4, 5 dan $x_3$ mengambil nilai-nilai 1, 2, 3, 4, 5. Dengan maklumat di atas diperoleh jadual 6.3 di bawah bagi peringkat ketiga iaitu

JADUAL 6.3
(Peringkat Ketiga)

| $\eta_3$ | $x_3$ | $\eta_2$ | $F_3(\eta_3)$ | $x_3(\eta_3)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 3 | 1 |
| 2 | 1,2 | 2,1 | 6 | 1.2 |
| 3 | 1,2,3 | 3,1,1 | 11 | 1.3 |
| 4 | 1,2,3,4 | 4,2,1,1 | 18 | 1.4 |
| 5 | 1,2,3,4,5 | 5,2,1,1,1 | 27 | 1,5 |

Dari persamaan (6.8) diperoleh

$$A^* = F_3(5) = 27 \qquad (6.11)$$

setelah memperoleh nilai optimum A* bagi A, kita dapat mencari $x_1^*$, $x_2^*$ dan $x_3^*$ dalam kebalikan susuntertib. Dari (6.11) didapati bahawa

$$x_3^* = \bar{x}_3(5) = \begin{cases} \bar{x}_{31} = 1 \\ \bar{x}_{32} = 5 \end{cases}$$

yang sepadan dengan

$$\eta_2^* = \begin{cases} \eta_{21}^* = 5 \\ \eta_{22}^* = 1, \end{cases}$$

maka dari jadual 6.2 diperoleh

$$x_2^* = \begin{cases} x_{21}^*(5) = \begin{cases} \bar{x}_{211} = 1 \\ \bar{x}_{212} = 5 \end{cases} \\ x_{22}^*(1) = \bar{x}_{22} = 1 \end{cases}$$

yang sepadan pula dengan

$$\eta_1^* = \begin{cases} \eta_{11}^* = \begin{cases} \eta_{111}^* = 5 \\ \eta_{112}^* = 1 \end{cases} \\ \eta_{12}^* = 1 \end{cases}$$

seterusnya dari jadual 6. diperoleh

$$x_1^* = \begin{cases} x_{11}^* = \begin{cases} \bar{x}_{111}(5) = 5 \\ \bar{x}_{112}(1) = 1 \end{cases} \\ x_{12} = \bar{x}_{12}(1) = 1 \end{cases}$$

Dari perhitungan di atas diperoleh tiga nilai keputusan optimum bagi keseluruhan masalah iaitu

$$(\bar{x}_{111}, \bar{x}_{211}, \bar{x}_{31}) = (5, 1, 1),$$

$$(\bar{x}_{112}, \bar{x}_{212}, \bar{x}_{31}) = (1, 5, 1),$$

dan $(\bar{x}_{12}, \bar{x}_{22}, \bar{x}_{32}) = (1, 1, 5)$,

yang merupakan penyelesaian keputusan optimum bagi masalah di atas dengan nilai optimum bagi fungsi indeks ialah A* = 27.

*Contoh 6.2 (Contoh Praktikal)*

Di sini kita akan tunjukkan satu masalah keboleh percayaan (reliability) sebagai contoh praktikal untuk kertas ini.

Misalkan kita hendak meminimumkan perbelanjaan dengan harapan menghasilkan suatu keluaran yang maksimum. Dalam hal ini kita mestilah memberikan satu kawalan $x_i$ pada peringkat ke–i dengan $p_i(x_i)$ adalah kebarangkalian berlakunya kegagalan pengeluaran yang sesuai pada peringkat ke–i (sesuai di sini bermaksud keluaran dalam peringkat ke–i+1 akan dipengaruhi oleh keluaran peringkat ke–i dan begitulah seterusnya).

Misalkan pada peringkat ke–i belanja yang dikeluarkan ialah $r_i x_i$ dan kebarangkalian berlakunya kejayaan pengeluaran yang maksimum ialah $1 - p_i(x_i)$. Dengan demikian masalah kita di atas dapatlah ditulis seperti berikut:

Minimumkan perbelanjaan

$$\sum_{i=1}^{n} r_i x_i$$

yang tertakluk kepada

$$\prod_{i=1}^{n} [1 - p_i(x_i)] \leqslant 1$$

dan

$$0 \leqslant p_i(x_i) \leqslant 1.$$

## KESIMPULAN

Jelas dari contoh 6.1 di atas memberi kita tiga jawapan yang berlainan. Ini tidk bererti penyelesaian yang dihasilkan dengan kaedah pengaturcaraan dinamik adalah tidak unik.

Ketidakunikan jawapan dalam contoh di atas adalah disebabkan bentuk kekangan (6.2) adalah berbeza-beza yang bergantung pada $x_1$ , $x_2$ dan $x_3$.

Dari penulisan di atas dapat disimpulkan bahawa pengaturcaraan dinamik sangat mampu digunakan dalam masalah alokasi dan apa saja masalah yang dapat dituangkan/diturunkan kepada bentuk (3.1), (3.2) dan (3.3).

## RUJUKAN

ASGHAR HUSAIN and KOTA GANGIAH (1976): Optimization Techniques for Chemical Engineers Lucknow. India. Saral Auto Press.

BURLEY, D.M. (1974): Studies in Optimization. Norfolk. Galliard Printers Ltd.

WALSH, G.R. (1975): Methods of Optimization, New York. John Wiley and Sons.

DIXON, L.C.W., (1973): Nonlinear Optimization, London. The English Universities Press Limited.

*(Received 20 November 1981)*