



UNIVERSITI PUTRA MALAYSIA

**KAEDAH PENYELESAIAN INTEGER KEPADA PERSAMAAN
DIOFANTUS ██████████**

NOR MAZLIN BINTI ZAHARI

IPM 2011 2



**KAEDAH PENYELESAIAN INTEGER KEPADA PERSAMAAN
DIOFANTUS $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$**

NOR MAZLIN BINTI ZAHARI

**MASTER SAINS
UNIVERSITI PUTRA MALAYSIA**

2011



**KAEDAH PENYELESAIAN INTEGER KEPADA PERSAMAAN
DIOFANTUS $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$**

Oleh

NOR MAZLIN BINTI ZAHARI

**Tesis Dikemukakan ke Sekolah Pengajian Siswazah, Universiti Putra Malaysia,
Sebagai Memenuhi Sebahagian daripada Keperluan Ijazah Master Sains**

April 2011



Salam kasih dan sayang buat

ayah bonda, Zahari Mohamad & Mariaton Majid...

~terima kasih atas setiap ingatan dan dorongan, doa dan restu..

Pengorbanan dan kasih sayang kalian tidak dapat dibalas~

Salam ingatan tulus ikhlas buat

pensyarah, sahabat handai & semua yang terlibat secara

langsung mahupun tidak...

~terima kasih atas galakan, nasihat dan bimbingan..

Semoga kita semua sentiasa berada di dalam rahmat Nya~



Abstrak tesis yang dikemukakan kepada Senat Universiti Putra Malaysia sebagai memenuhi keperluan untuk ijazah Master Sains.

**KAEDAH PENYELESAIAN INTEGER KEPADA PERSAMAAN
DIOFANTUS $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$**

Oleh

NOR MAZLIN BINTI ZAHARI

April 2011

Pengerusi : Siti Hasana binti Sapar, PhD

Institut : Institut Penyelidikan Matematik

'Persamaan Diofantus' berasal daripada nama Diofantus dari Iskandariah, iaitu seorang ahli matematik terhebat berasal dari Greek. Beliau merupakan penulis pertama yang memperkenalkan pengajian sistematik bagi penyelesaian persamaan berbentuk integer. Persamaan Diofantus merupakan suatu persamaan yang ditentukan kelas penyelesaiannya sama ada dalam bentuk integer, nombor nisbah atau lain-lain medan.

Penyelidikan ini menumpukan kepada masalah mendapatkan penyelesaian integer kepada persamaan Diofantus berbentuk $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$ bagi sebarang nilai n dan $k = 1, 2$. Pendekatan yang digunakan ialah dengan mencari pola penyelesaian integer kepada persamaan Diofantus $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$ yang diperolehi berdasarkan kepada nilai k dan n yang telah ditetapkan. Pembinaan lema dan teorem adalah berdasarkan kepada pola set penyelesaian yang terbentuk dan seterusnya membentuk formula penyelesaian integer secara umum bagi persamaan Diofantus yang dikaji.



Kajian dimulakan dengan mempertimbangkan persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = z^2$ diikuti dengan persamaan Diofantus berbentuk $x^3 + y^3 = z^4$, $x^3 + y^3 = kz^2$ dan $x^3 + y^3 = kz^4$. Berdasarkan pola set penyelesaian kepada persamaan-persamaan tersebut, ianya akan memberikan gambaran set penyelesaian integer secara umum bagi persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = kz^{2n}$ bagi sebarang nilai n dan k . Kajian diteruskan dengan mempertimbangkan persamaan Diofantus $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$ bagi nilai $n \geq 2$ dan $k = 1, 2$.

Dalam tesis ini, kami memberikan suatu versi penyelesaian integer yang lain bagi persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = z^2$. Seterusnya, daripada kajian yang dijalankan, didapati bahawa bagi integer positif a, b, c dan k dengan k dan r suatu faktor sepunya a dan b , serta $(k, r) = d$, penyelesaian integer (a, b, c) bagi persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = kz^{2n}$ untuk sebarang integer positif n adalah berbentuk

$$a = rs, \quad b = rt \quad \text{bagi sebarang dua integer } s, t \quad \text{dan} \quad c = \left(\frac{r^3 u}{d^3} \right)^{1/2n} \quad \text{untuk suatu } u \quad \text{dan } k$$

membahagi $a^3 + b^3$. Manakala tidak wujud penyelesaian integer bagi persamaan Diofantus $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$ dengan $k = 1$ dan $n \geq 2$. Bagi persamaan Diofantus $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$ yang mana $k = 2$ dan $n \geq 2$ pula, penyelesaian integer hanya wujud jika dan hanya jika $x = y$ dan berbentuk $a = b = t^2, c = t^3$ bagi sebarang integer t .

Abstract of thesis presented to the Senate of Universiti Putra Malaysia in fulfilment of the requirement for the degree of Master of Science.

METHOD OF INTEGER SOLUTIONS TO THE DIOPHANTINE EQUATION

$$x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$$

By

NOR MAZLIN BINTI ZAHARI

April 2011

Chair : Siti Hasana binti Sapar, PhD

Institute : Institute for Mathematical Research

The expression ‘Diophantine Equation’ comes from the name of Diophantus of Alexandria, one of the greatest mathematicians of the Greek civilization. He was the first writer who initiated a systematic study of the solutions of equations in integers. Diophantine equation is an equation that determined the class of its solution either in integers, rational numbers or other field.

This research concentrates on the problem of obtaining integer solutions to the Diophantine equation of the form $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$ for any positive integer n and $k=1,2$. The approach used is to find the mathematical patterns of the integer solutions to the Diophantine equation $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$ obtained based on the value of k and n which have been determined. The construction of lemma and theorem is based on the patterns formed by the set of solutions, and thus constructing the general formula for the integer solution to the Diophantine equation studied.



This study started by considering the Diophantine equation $x^3 + y^3 = z^2$ followed by the Diophantine equations in the form of $x^3 + y^3 = z^4$, $x^3 + y^3 = kz^2$ and $x^3 + y^3 = kz^4$. Based on the pattern of the set of the solutions to these equations, it will give an overview of a general set of the integer solutions to the Diophantine equation $x^3 + y^3 = kz^{2n}$ for any value of n and k . The study continues by considering the Diophantine equation $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$ for $n \geq 2$ and $k = 1, 2$.

In this thesis, we give another version of integer solution to the Diophantine equation $x^3 + y^3 = z^2$. Then, from the study we found that, for a, b, c and k positive integers with k and r a common factor of a and b , also $(k, r) = d$, the integer solution (a, b, c) to the Diophantine equation $x^3 + y^3 = kz^{2n}$ for any positive integer n is of

the form $a = rs$, $b = rt$ for any two integers s, t and $c = \left(\frac{r^3 u}{d^3}\right)^{1/2n}$ for some u and k

is a divisor of $a^3 + b^3$. While there is no integer solution to the Diophantine equation $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$ with $k = 1$ and $n \geq 2$. For the Diophantine equation $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$ in which $k = 2$ and $n \geq 2$, the integer solutions will exist if and only if $x = y$ and in the form of $a = b = t^2$, $c = t^3$ for any integer t .

PENGHARGAAN

Dengan Nama Allah Yang Maha Pemurah Lagi Maha Pengasih. Selawat dan salam ke atas junjungan besar Nabi Muhammad S.A.W dan keluarga serta para sahabat baginda sekalian. Alhamdulillah, bersyukur ke hadrat Ilahi kerana dengan rahmat dan izinnya, saya diberikan kesihatan mental dan fizikal yang sempurna bagi menyelesaikan tesis untuk memenuhi keperluan bagi Ijazah Master Sains.

Rakaman penghargaan dan ucapan jutaan terima kasih ditujukan kepada Dr. Siti Hasana Binti Sapar selaku Pengerusi Jawatankuasa Penyeliaan di atas segala bimbingan, bantuan, teguran dan nasihat serta tunjuk ajar yang diberikan sepanjang tempoh saya menjalankan kajian ini. Segala ilmu yang diberikan amat berharga dan akan dikenang sepanjang hayat.

Ucapan ribuan terima kasih juga buat Prof. Dato' Dr. Hj. Kamel Ariffin Bin Mohd Atan kerana bantuan dan tunjukajar yang sangat berguna telah diberikan sepanjang saya menyelesaikan tesis ini.

Sekalung terima kasih juga diucapkan kepada keluarga terutamanya ayahanda dan bonda yang disayangi kerana telah banyak memberi bantuan dari segala aspek sehingga tamatnya kajian ini. Semoga mendapat kebahagiaan di dunia dan di akhirat. Buat rakan-rakan yang dikasihi, terima kasih di atas bantuan dan sokongan yang diberikan selama ini. Terima kasih juga diucapkan kepada semua pihak yang terlibat secara langsung dan tidak dalam menjalankan kajian ini. Semoga Allah sahaja yang dapat membalas budi baik kalian. Amin.

Saya mengesahkan bahawa satu Jawatankuasa Peperiksaan Tesis telah berjumpa pada 22 April 2011 untuk menjalankan peperiksaan akhir bagi Nor Mazlin binti Zahari untuk menilai tesis beliau yang bertajuk “Kaedah Penyelesaian Integer kepada Persamaan Diofantus $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$ ” mengikut Akta Universiti dan Kolej Universiti 1971 dan Perlembagaan Universiti Putra Malaysia [P.U.(A) 106] 15 Mac 1998. Jawatankuasa tersebut telah memperakukan bahawa calon ini layak dianugerahi ijazah Master Sains.

Ahli Jawatankuasa Peperiksaan Tesis adalah seperti berikut:

Zanariah binti Abdul Majid, PhD

Profesor Madya
Fakulti Sains
Universiti Putra Malaysia
(Pengerusi)

Mat Rofa Ismail, PhD

Profesor Madya
Fakulti Sains
Universiti Putra Malaysia
(Pemeriksa Dalam)

Mohamad Rushdan Md Said, PhD

Profesor Madya
Fakulti Sains
Universiti Putra Malaysia
(Pemeriksa Dalam)

Roslan Hasni @ Abdullah, PhD

Profesor Madya
Pusat Pengajian Sains Matematik
Universiti Sains Malaysia
(Pemeriksa Luar)

NORITAH OMAR, PhD

Profesor Madya dan Timbalan Dekan
Sekolah Pengajian Siswazah
Universiti Putra Malaysia

Tarikh:



Tesis ini telah dikemukakan kepada Senat Universiti Putra Malaysia dan telah diterima sebagai memenuhi syarat keperluan untuk ijazah Master Sains. Ahli Jawatankuasa Penyeliaan adalah seperti berikut:

Siti Hasana Sapar, PhD

Fakulti Sains
Universiti Putra Malaysia
(Pengerusi)

Kamel Ariffin Mohd. Atan, PhD

Profesor
Fakulti Sains
Universiti Putra Malaysia
(Ahli)

HASANAH MOHD GHAZALI, PhD

Profesor dan Dekan
Sekolah Pengajian Siswazah
Universiti Putra Malaysia

Tarikh:



PERAKUAN

Saya memperakui bahawa tesis ini adalah hasil kerja saya yang asli melainkan petikan dan sedutan yang tiap-tiap satunya telah dijelaskan sumbernya. Saya juga memperakui bahawa tesis ini tidak pernah dimajukan sebelum ini, dan tidak dimajukan serentak dengan ini, untuk ijazah lain sama ada di Universiti Putra Malaysia atau di institusi lain.

NOR MAZLIN ZAHARI

Tarikh: 22 April 2011

KANDUNGAN

	Muka Surat
DEDIKASI	ii
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	v
PENGHARGAAN	vii
LEMBARAN PENGESAHAN	viii
PERAKUAN	x
SENARAI JADUAL	xiv
SENARAI SIMBOL DAN SINGKATAN	xvii
 BAB	
1 PENGENALAN	1
1.1 Pendahuluan	1
1.2 Latar Belakang	1
1.3 Kajian Diophantus	4
1.4 Objektif dan Kaedah Kajian	6
1.5 Sorotan Kajian	8
1.6 Penyusunan Tesis	15
 2 PENYELESAIAN INTEGER KEPADA PERSAMAAN DIOFANTUS $x^3 + y^3 = z^{2n}$	 17
2.1 Pengenalan	17
2.2 Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = z^2$	17
2.3 Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = z^4$	20
2.4 Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = z^{2n}$	21
2.5 Kesimpulan	24
 3 KAEDAH ALTERNATIF PENYELESAIAN INTEGER KEPADA PERSAMAAN DIOFANTUS $x^3 + y^3 = z^{2n}$	 25
3.1 Pengenalan	25
3.2 Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = z^2$	28
3.3 Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = z^4$	29
3.4 Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = z^{2n}$	31
3.5 Kesimpulan	34



4	PENYELESAIAN INTEGER KEPADA PERSAMAAN DIOFANTUS $x^3 + y^3 = kz^{2n}$	36
4.1	Pengenalan	36
4.2	Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = kz^2$	36
4.2.1	Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = 2z^2$	36
4.2.2	Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = 3z^2$	38
4.2.3	Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = kz^2$	40
4.3	Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = kz^4$	43
4.4	Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = kz^{2n}$	46
4.5	Kesimpulan	49
5	PENYELESAIAN INTEGER GAUSSAN KEPADA PERSAMAAN DIOFANTUS $x^3 + y^3 = z^2$	51
5.1	Pengenalan	51
5.2	Penyelesaian Integer Gaussan Kepada Persamaan Diofantus $x^3 + y^3 = z^2$	53
5.3	Kesimpulan	120
6	PENYELESAIAN INTEGER KEPADA PERSAMAAN DIOFANTUS $x^{3n} + y^{3n} = kz^{2n}$	122
6.1	Pengenalan	122
6.2	Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^{3n} + y^{3n} = z^{2n}$	122
6.3	Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^{3n} + y^{3n} = 2z^{2n}$	133
6.3.1	Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^{3n} + y^{3n} = 2z^{2n}$ untuk kes $x = y$	133
6.3.2	Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^{3n} + y^{3n} = 2z^{2n}$ untuk kes $x \neq y$	136
6.3.3	Penyelesaian Integer Kepada Persamaan Diofantus $x^{3n} + y^{3n} = 2z^{2n}$	150
6.4	Kesimpulan	151

7	KESIMPULAN DAN CADANGAN	153
	7.1 Pendahuluan	153
	7.2 Hasil Kajian	153
	7.3 Kesimpulan	156
	7.4 Cadangan	158
	BIBLIOGRAFI	160
	LAMPIRAN	163
	BIODATA PELAJAR	174
	SENARAI PENERBITAN	175

