



UNIVERSITI PUTRA MALAYSIA

**SATU PENDEKATAN GEOMETRI BAGI
MASALAH PENGATURCARAAN LINEAR**

AZMI BIN JAAFAR

FSAS 1997 7

**SATU PENDEKATAN GEOMETRI BAGI
MASALAH PENGATURCARAAN LINEAR**

Oleh

AZMI BIN JAAFAR

**Dissertasi Yang Dikemukakan Sebagai Memenuhi Syarat Untuk
Mendapatkan Ijazah Doktor Falsafah
di Fakulti Sains dan Pengajian Alam Sekitar
Universiti Putra Malaysia**

Mac 1997



Buat payung permata
Hasnah dan Jaafar,

teman setia tersayang
Habshah

dan penyeri kasih kebahagiaan

Nur Liyana
Ahmad Azfar
Nur Izzati
Ahmad Syahmi
dan
Nur Sabrina



PENGHARGAAN

Dengan nama Allah yang Maha Pemurah dan Maha Pengasih. Segala pujian bagi Allah, Tuhan semesta alam dan selawat dan salam ke atas junjungan besar Nabi Muhammad s.a.w., keluarganya dan para sahabatnya.

Pertama sekali jutaan terima kasih diucapkan kepada Pengerusi Jawatankuasa Penyeliaan Professor Madya Dr Hj Ismail bin Mohd atas segala bimbingan dan bantuan yang tidak ternilai.

Jutaan terima kasih juga disampaikan kepada ahli-ahli yang terdiri dari Professor Madya Dr Hj Harun bin Budin, Dr Leow Soo Kar and Dr Mansor bin Monsi kerana dorongan dan motivasi yang diberikan.

Penghormatan yang seirama juga ditujukan kepada Skim Latihan Akademik Bumiputra (SLAB), Jabatan Perkhidmatan Awam, Malaysia and Universiti Putra Malaysia yang masing-masing telah menyediakan peruntukan kewangan dan cuti belajar sehingga sempurnanya penyelidikan ini.

Seterusnya segala ucapan dan penghormatan diunjurkan kepada isteri tersayang dan anak-anak tercinta yang telah mencurahkan sepenuh pengorbanan, sokongan, kesabaran, dan galakan. Sekalong al-Fatihah untuk Teh (1909-24/10/1994) dan Bak (1927-30/11/1995). Tidak lupa sejambak mawar merah buat Mak Su, Mek dan Ayah serta adik-beradik dan seluruh saudara mara sebagai hadiah kasih dan keberkatan doa mereka.



KANDUNGAN

	Mukasurat
PENGHARGAAN	iii
SENARAI JADUAL	vii
SENARAI RAJAH	viii
SENARAI SIMBOL DAN SINGKATAN	ix
ABSTRAK	x
ABSTRACT	xii
 BAB	
I	
PENDAHULUAN	1
Latarbelakang Kajian	2
Beberapa Kelemahan Kaedah Simpleks	3
Perkembangan Penyelidikan	4
Kaedah Alternatif	5
Objektif Kajian	6
Penyusunan Dissertasi	7
II	
PENGATURCARAAN LINEAR DAN KAEDAH SIMPLEKS ...	10
Beberapa Konsep Aljabar Linear	11
Vektor dan Matriks	11
Set Cembung dan Hipersatah	12
Masalah Pengaturcaraan Linear	13
Pengolahan Masalah Pengaturcaraan Linear	15
Kaedah Simpleks	16
Penyelesaian Tersaur Asas Awal	18



	Pelaksanaan Kaedah Simpleks	
III	PENGUBAHSUAIAN PENENTUAN PENYELESAIAN TERSAUR AWAL	38
	Satu Contoh Berangka	39
	Kod Ketaktersauran	40
	Pelaksanaan Kaedah Jaafar-Mohd	42
	Keputusan Berangka	49
	Perbincangan	53
IV	KAEDAH ELIPSOID KHACHIAN	54
	Kaedah Elipsoid	55
	Pelaksanaan Kaedah Elipsoid Khachian	62
	Keputusan Berangka	76
	Perbincangan	79
	Ringkasan	79
V	SATU VARIASI ALGORITMA KARMARKAR : ALGORITMA BARNES	80
	Kaedah Barnes	81
	Penentuan Q	92
	Pelaksanaan Kaedah Barnes	93
	Keputusan Berangka	101
	Perbincangan	103
VI	SUSUR DAN LANTUN	105
	Garis, Satah dan Hipersatah	105
	Susur dan Lantun	106
	Penentuan Arah Pergerakan	108
	Gerakan Lantun	108
	Gerakan Susur	109
	Kaedah Susur dan Lantun	114
	Gerakan Lantun	114



Gerakan Susur	114
Suatu Contoh Berangka	115
Penentuan Penyelesaian Tersaur Awal	117
Beberapa Takrif	117
Penentuan Penyelesaian Tersaur Awal	118
Pelaksanaan Kaedah Susur dan Lantun	129
Algoritma Kaedah Susur-Lantun	129
Prosedur Kaedah Susur-Lantun	130
Keputusan Berangka	149
Perbincangan	154
Ringkasan	154
VII KEPUTUSAN BERANGKA DAN KESIMPULAN	155
Keputusan Ujian Berangka	155
Perbincangan	158
Kesimpulan	158
Cadangan bagi Penyelidikan Seterusnya	159
RUJUKAN	161
LAMPIRAN	169
A Set Ujian Masalah Pengaturcaraan Linear	170
B Pseudokod	175
C Senarai Aturcara Susur Lantun	186
VITA	299



SENARAI JADUAL

Jadual		Mukasurat
1	Kod Ketaktersauran	41
2	Keputusan bagi Kaedah Simpleks M	51
3	Keputusan bagi Kaedah Simpleks JM	52
4	Keputusan bagi Kaedah Elipsoid	77
5	Keputusan bagi Kaedah Barnes	102
6	Keputusan bagi Kaedah PT-SL	151
7	Keputusan bagi Kaedah SL	153
8	Keputusan bagi Keempat-empat Kaedah	157



SENARAI RAJAH

Rajah		Mukasurat
1	Set Cembung dan Tak Cembung	12
2	Susur dalam Ruang Dimensi Dua	106
3	Lantun dalam Ruang Dimensi Dua	107
4	Rantau Tersaur $QAUVRBSM$	109
5	Arah τN_j	112
6	Rantau Tersaur : Garis PQ	116



SENARAI SIMBOL DAN SINGKATAN

SL	Susur Dan Lantun
PL	Pengaturcaraan Linear
PTA	Penyelesaian Tersaur Asas
PT	Penyelesaian Tersaur
it	bilangan lelaran
tt	masa yang diambil
E^n	Ruang Euklid dimensi- n
τ	Transposisi
A	matriks $m \times n$
x, c	vektor dimensi- n
b	vektor dimensi- m
x	vektor penyelesaian optimum
f	fungsi matlamat
f	nilai optimum fungsi matlamat



Abstrak disertasi yang dikemukakan kepada Senat Universiti Putra Malaysia bagi memenuhi syarat untuk ijazah Doktor Falsafah.

**SATU PENDEKATAN GEOMETRI BAGI
MASALAH PENGATURCARAAN LINEAR**

oleh

AZMI BIN JAAFAR

Mac 1997

Pengerusi : Prof. Madya Dr Hj Ismail Bin Mohd

Fakulti : Sains dan Pengajian Alam Sekitar

Kaedah simpleks adalah kaedah yang paling termasyhur bagi menyelesaikan masalah pengaturcaraan linear. Kaedah ini menjelmakan masalah asal pengaturcaraan linear kepada bentuk kanonikal dengan bantuan pembolehubah tambahan, sama ada pembolehubah lalai, lebihan atau pembolehubah buatan.

Dengan demikian, timbul satu pertanyaan. Mengapa tidak diselesaikan masalah pengaturcaraan linear dalam bentuk asalnya, yakni tanpa pembolehubah tambahan? Pertanyaan inilah yang memotivasikan kajian penyelidikan yang dibentangkan dalam disertasi ini. Pada mulanya pengubahsuaian dibuat terhadap pencarian penyelesaian tersaur asas awal bagi kaedah simpleks tanpa penggunaan pembolehubah buatan tetapi masih mengekalkan penggunaan pembolehubah lalai/lebihan. Setelah diperoleh penyelesaian tersaur awal tersebut, pengiraan diteruskan dengan kaedah simpleks.

Kemudiannya diteruskan dengan ide susur dan lantun dan seterusnya dikemukakan kaedah susur dan lantun yang menyelesaikan masalah



pengaturcaraan linear seperti sedia tanpa penambahan sebarang pembolehubah, sama ada pembolehubah lalai/lebih atau pembolehubah buatan.

Kaedah Susur dan Lantun pada asasnya terhasil dari ide susur dan lantun dalam geometri ruang dimensi dua dan tiga. Namun begitu ianya dikembangkan untuk kesemua ruang dimensi. Kaedah ini menyusur sisi rantau tersaur dan melantun menerusi normal kepada fungsi matlamat untuk mencapai titik optimum. Proses pergerakan susur dan lantun, silih berganti, mengikut keadaan tertentu akhirnya akan menemui titik yang optimum yakni penyelesaian optimum bagi masalah pengaturcaraan linear.

Seperti kaedah pengaturcaraan linear yang lain, kaedah ini juga memerlukan penyelesaian tersaur awal untuk memulakan pengiraan ke arah penyelesaian optimum. Penentuan penyelesaian tersaur awal adalah dengan membahagikan salah satu facet rantau tersaur kepada beberapa grid dengan saiz dan bilangan grid tertentu.

Disamping itu, kaedah elipsoid dan suatu variasi kaedah Karimarkar juga dilaksanakan bagi membuat perbandingan kaedah yang terbina ini dan kaedah simpleks.



Abstract of the dissertation submitted to the Senate of Universiti Putra Malaysia in fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.

A GEOMETRICAL APPROACH TO LINEAR PROGRAMMING PROBLEM

by

AZMI BIN JAAFAR

March 1997

Chairman : Assoc. Prof. Dr Hj Ismail Bin Mohd

Faculty : Science and Enviromental Studies

Simplex method is the well known method for solving linear programming problems. This method transforms the original linear programming problems to a particular canonical form with the aids of additional variables, either slacks, surplus or artificial variables.

A question then arises. Why not solve a linear programming problem in its original form? This question gives the motivation to the research study which is presented in this dissertation. First of all, a modification is done in determining the initial feasible solution for simplex method, without the use of artificial variables but still make full use of the slacks and surplus variables. After the initial feasible solution is obtained, the computation continues with the usual simplex method.

The study continues with the idea of bounce and explore, and the method called bounce and explore method for solving the linear



programming problems in its original form without the aids of any additional variables (slacks, surplus or artificial variables).

Bounce and Explore method comes with the determination of an initial feasible solution for starting the computation to the optimum solution. This is done by dividing one of the facets of the feasible region into several number of grids with suitable size.

Ellipsoid Method and a variant of Karmarkar's Algorithm are also implemented for comparisons with the proposed method here and the simplex method.



BAB I

PENDAHULUAN

Pengaturcaraan bermatematik adalah aspek yang paling berkembang dalam penyelidikan operasi. Perkembangan komputer digital juga menyumbang kepada bertambahnya minat kepada pengaturcaraan bermatematik. Istilah pengaturcaraan bermatematik meliputi pelbagai bidang seperti pengaturcaraan linear, pengaturcaraan taklinear, pengaturcaraan integer dan lain-lain jenis masalah pengaturcaraan.

Pengaturcaraan bermatematik adalah mengenai masalah mengoptimumkan fungsi matlamat dengan batasan atau kekangan tertentu dalam bentuk kesamaan dan ketaksamaan. Bahagian yang memenuhi semua kekangan membentuk rantau tersaur. Jika fungsi matlamat dan semua kekangan adalah linear, maka masalah itu dikenali sebagai **pengaturcaraan linear** (selepas ini akan dirujuk sebagai PL). Jika fungsi matlamat atau salah satu kekangan adalah tak linear, ianya dikenali sebagai **pengaturcaraan tak linear**. Rantau tersaur PL yang terbentuk ialah satu politop cembung dan penyelesaiannya adalah pada titik bucu politop tersebut. Dalam disertasi ini, hanya diperkatakan tentang rantau tersaur dalam bentuk politop cembung sahaja. Dengan lain perkataan, perbincangan tertumpu kepada masalah pengoptimuman pada politop cembung sahaja.

Penekanan khusus disertasi ini adalah kaedah penyelesaian masalah pengaturcaraan linear. Dalam bahagian lain dalam bab ini, diperkenalkan latarbelakang masalah yang berkaitan dengan masalah PL.



Disamping itu dipersembahkan juga objektif dan matlamat kajian ini yang meliputi penilaian dan pencapaian kaedah tersedia pilihan dan kaedah yang ingin diutarakan. Akhir sekali dihidangkan penyusunan disertasi ini.

Latarbelakang Kajian

Istilah "pengaturcaraan" dalam PL bermaksud perancangan dan ianya tidak berkaitan langsung dengan istilah "pengaturcaraan komputer" sebagaimana ianya lebih popular sekarang. Perkataan **aturcara** atau **program** adalah kerana G. B. Dantzig, pengasas PL, pada masa itu sedang berkhidmat dalam Perang Dunia ke-II dan sedang menyediakan perancangan untuk *program* latihan, penempatan dan penyediaan logistik bagi tentera. Istilah pengaturcaraan linear telah diilhamkan oleh pakar ekonomi dan matematikawan T.C. Koopmans pada tahun 1948 pada masa beliau dan Dantzig bersiar-siar di tepi pantai Santa Monica, California (Bazaraa, et al. 1990). Pada masa itu, pengaturcaraan komputer tidak begitu meluas lagi seperti hari ini.

Dantzig membina kaedah simpleks pada tahun 1947 (Dantzig, 1963). Tetapi penulisan pertamanya diterbitkan pada tahun 1949. Semenjak itu pengaturcaraan linear terus menjadi perhatian ramai penyelidik yang bukan sahaja menyumbang kaedah baru tetapi juga pembaikan kepada kaedah tersedia termasuklah pengembangan dari segi teorinya. Terdapat banyak penyelidikan telah dibuat untuk memperbaiki kaedah simpleks dari segi keefisiensian pengiraannya (Solow, 1984). Terdapat juga banyak percubaan untuk merekabentuk kaedah alternatif (Osborne, 1990; Zi-Luan, 1987; Khachian, 1979; Karmarkar, 1984). Kriteria yang umum bagi semua kaedah tersebut adalah masalah PL diubah bentuk kepada

bentuk kanonikal tertentu sebelum diselesaikan dengan penambahan pembolehubah lalai, lebihan dan buatan. Ini memotivasikan untuk mencari kaedah alternatif yang menyelesaikan masalah PL dalam bentuk yang asal yakni dengan pembolehubah yang asal tanpa pembolehubah tambahan seperti yang tersebut di atas.

PL digunakan dengan meluas sebagai alat yang efektif untuk menyelesaikan masalah dunia nyata dan dianggarkan jutaan dolar Amerika dalam kos masa komputer di Amerika Syarikat sahaja digunakan untuk menyelesaikan masalah PL (Wu, 1981). Sebagaimana yang dinyatakan di awal bab ini lagi, kegunaan asal PL adalah oleh pasukan tentera. Setelah itu, PL telah dikembangkan kegunaannya dalam perindustrian dan perdagangan, seperti dalam pelbagai fasa industri petroleum (penerokaan, pengeluaran, penapisan, pengedaran dan pengawalan pencemaran), industri pemproses makanan, kewangan, perakaunan, pentadbiran (seperti pentadbiran bandaraya), pendidikan (seperti pengagihan murid ke sekolah-sekolah), politik (perancangan dan pengagihan sumber kewangan dan sumber manusia dalam kempen politik) (Wu, 1981). Sernua yang dinyatakan di atas adalah sebahagian dari senarai lengkap penggunaan PL. Untuk senarai yang lebih terperinci dan komprehensif sila rujuk Gass (1977).

Beberapa Kelemahan Kaedah Simpleks

Tidak dinafikan kaedah simpleks merupakan kaedah yang baik untuk menyelesaikan masalah pengaturcaraan linear. Namun begitu, terdapat beberapa kelemahan yang masih boleh diperbaiki. Umpamanya ialah kemungkinan berlakunya masalah kemerosotan (*degeneracy*) iaitu salah satu pembolehubah asas adalah sifar. Kemerosotan biasanya akan

mengakibatkan suatu fenomena yang dinamakan **kitaran** (*cycling*) yakni pengiraan akan berputar dari satu asas ke satu asas yang lain tetapi sebenarnya ianya adalah titik yang ekstremum yang sama. Ini menyebabkan kaedah simpleks tidak dapat memberhentikan pengiraan dalam bilangan yang terhingga.

Satu lagi yang merupakan kelemahan juga kepada kaedah simpleks ini ialah keluar masuknya vektor asas di dalam tablo simpleks. Kadangkala berlaku vektor asas yang telah dikeluarkan pada lelaran sebelumnya, dimasukkan kembali sebagai vektor asas bagi lelaran yang berikutnya. Ini menambahkan masa dan bilangan lelaran untuk mencapai ke titik optimum.

Pembolehkan tambahan juga, bolehlah dikatakan sebagai satu kelemahan kaedah simpleks ini. Bila bertambahnya pembolehkan maka pengiraan terpaksa dijalankan dalam ruang dimensi yang lebih tinggi dari ruang dimensi asal masalah pengaturcaraan yang berkenaan. Ini kadangkala menyulitkan lagi masalah tersebut. Dari perkembangan ini, maka dicadangkan kaedah alternatif yang dinamakan kaedah susur dan lantun yang mengelak dari penggunaan sebarang pembolehkan tambahan sama ada pembolehkan lalai, lebih apatah lagi pembolehkan buatan.

Sebelum dibentangkan kaedah alternatif berkenaan, dipersembahkan dahulu perkembangan kaedah penyelesaian pengaturcaraan linear.

Perkembangan Penyelidikan

Penyelidikan dalam bidang pengaturcaraan linear banyak tertumpu kepada pengubahsuaian, pembaikan dan keefisienan kaedah tersedia

terutama kaedah simpleks (Klee dan Minty, 1972; Ogryczak, 1987; Shamir, 1987). Manakala kaedah elipsoid pula mendapat ulasan yang kurang memberangsangkan untuk menandingi kaedah simpleks dan kaedah terbaru iaitu algoritma Karmarkar's. Mc Call menyatakan algoritma Khachian itu bukanlah satu penemuan yang dapat menandingi kaedah simpleks (Mc Call, 1980) malah Dantzig sendiri membuat pengujian dan mendapati kaedah elipsoid memerlukan 50 juta tahun untuk menyelesaikan masalah yang boleh diselesaikan oleh kaedah simpleks dalam jangkamasa 30 minit (Dantzig, 1979). Rosen dan Frawley yang juga membuat pengujian ke atas kaedah elipsoid bagi menyelesaikan sistem ketaksamaan bagi masalah mudah juga mendapati ianya tidak efisien (Rosen dan Frawley, 1979). Algoritma oleh N. Karmarkar ini banyak mendapat perhatian para penyelidik yang telah membuat pengubahsuaian dan pbaikannya (Tomlin, 1987; Blair, 1986; Gonzaga, 1991; Roos dan Vial, 1992; Ye dan Kojima, 1987; Renegar, 1988; Gay, 1987; Goldfarb dan Xiao, 1991; Shanno dan Bagchi, 1990; Adler et al., 1989). Penyelidikan untuk membina kaedah baru tidak begitu menarik minat para penyelidik. Penerbitan yang melibatkan pembentukan kaedah baru antaranya ialah (Osborne, 1987, 1990) dan (Zi-Luan, 1987a, 1987b). Dengan demikian diterangkan dalam bahagian berikut kaedah alternatif yang dicadangkan dalam disertasi ini.

Kaedah Alternatif

Kaedah alternatif yang dibentangkan dalam Bab VI adalah merupakan kaedah baru secara keseluruhannya. Kaedah ini berdasarkan kepada konsep **susur dan lantun**. Susur membawa maksud menyusuri pinggir rantau tersaur dari suatu titik bucu ke titik bucu yang lebih baik nilai fungsi matlamatnya. Manakala lantun adalah pergerakan menerusi

pedalaman rantau tersaur dari satu titik ke satu titik tersaur yang lain. Dengan gabungan kedua-dua pergerakan ini bersilih ganti mengikut keperluan, titik optimum dapat dicari dari satu titik tersaur awal yang diketahui. Konsep susur dan lantun juga dilaksanakan dalam penggelintaran facet bagi menentukan titik tersaur awal bagi memulakan kaedah yang dinamakan Kaedah Susur dan Lantun ini. Pembentangan mendalam dan terperinci dengan ujian pelaksanaan terdapat dalam Bab VI. Berikutnya diberikan tujuan dan objektif kajian bagi disertasi ini.

Objektif Kajian

Objektif utama penyelidikan ini ialah untuk mencari kaedah alternatif bagi menyelesaikan masalah PL. Penekanan khusus untuk menyelesaikan masalah PL dalam bentuk asal, iaitu tanpa pembolehubah tambahan, sama ada pembolehubah lalai, lebihan ataupun pembolehubah buatan.

Objektif penyelidikan ini adalah :

- i. Untuk mengimplementasikan kaedah tersedia, terutama kaedah termasyhur Kaedah Simpleks Dantzig, kaedah yang menimbulkan kontroversi, Kaedah Elipsoid Khachian dan algoritma Karmarkar yang menjanjikan seribu harapan.
- ii. Untuk membina kaedah baru bagi menyelesaikan masalah PL dalam bentuk asal dengan pembolehubah yang asal yang dinamakan kaedah Susur dan Lantun.
- iii. Untuk membuat suatu perbandingan antara kaedah tersedia dan

yang baru dibentuk dengan mengambil masa untuk setiap kaedah mencapai penyelesaian optimum.

Adalah diharapkan bahawa penyelidikan ini dan penemuannya berguna bukan sahaja kepada penyelidik dalam bidang ini tetapi juga semua pengguna yang ingin mencari penyelesaian masalah PL dalam bidang masing-masing seperti ekonomi, sains sosial, industri dan sebagainya.

Konsep matematik di belakang kaedah yang dikemukakan di sini adalah mudah maka dengan itu ianya boleh dilaksanakan pada sebarang komputer digital.

Penyusunan Dissertasi

Dissertasi dimulakan dengan pendahuluan dalam Bab I. Ia memberikan gambaran umum pengaturcaraan linear sebagai kes khusus kepada istilah umum pengaturcaraan matematik atau pengaturcaraan taklinear. Ia juga memberikan latarbelakang dan sejarah serta penggunaan pengaturcaraan linear dalam masalah dunia nyata. Dalam Bab II suatu sorotan berkaitan masalah PL dihuraikan dan pelaksanaan kaedah yang termasyhur Kaedah Simpleks diterangkan dengan terperinci. Ini termasuk penjanaan penyelesaian tersaur awal iaitu Fasa I dan Kaedah Big-M. Bab III adalah diperuntukkan untuk membentangkan idea perluasan matriks bagi penjanaan penyelesaian tersaur asas awal, Kaedah Jaafar-Mohd (Kaedah JM) dan perbandingan dengan kaedah tersedia simpleks dengan Kaedah M.

Bab IV menerangkan kaedah yang nampaknya menimbulkan banyak kontroversi iaitu keadah Elipsoid yang diketengahkan oleh L.G.

Khachian, seorang matematikawan Rusia. Pengimplimentasian secara praktikal dilaksanakan untuk meninjau keberkesanan kaedah dengan suatu set ujian masalah PL di Lampiran A. Dalam Bab V diberikan khusus untuk kaedah yang dipercayai dapat menyaingi kaedah simpleks iaitu Algoritma Karmarkar. Bab ini menerangkan pelaksanaan satu algoritma ubahsuaian yang digunakan pada masalah PL bentuk baku. Ujian yang sama sepertimana Bab IV dijalankan untuk kaedah ini.

Bab VI menjelaskan dengan mendalam tentang kaedah yang baru dibina yang dikenali sebagai Kaedah Susur dan Lantun (selepas ini dirujuk sebagai Kaedah SL). Kaedah ini diasaskan kepada mencari penyelesaian kepada masalah PL dalam keadaan sedia ada, yakni dalam bentuk asal tanpa pembolehubah tambahan. Penentuan satu penyelesaian tersaur awal bagi kaedah SL memulakan pengiraan juga diterangkan dengan terperinci. Semua prosedur, fungsi dan algoritma dalam Bab II, III, IV, V dan VI, dibentangkan dengan menggunakan pseudokod seperti di Lampiran B. Pemahaman pembentangan prosedur-prosedur aturcara dalam pelaksanaan semua kaedah dalam disertasi ini akan menjadi lebih mudah seandainya Lampiran B dirujuk terlebih dahulu.

Suatu perbandingan semua kaedah yang telah diterangkan dalam Bab II, IV, V dan VI dihidangkan dalam bentuk jadual dalam Bab VII. Set ujian masalah PL di Lampiran A digunakan untuk tujuan ini. Lampiran A terdiri daripada 17 masalah PL yang dikembangkan dari ruang dimensi asal kepada masalah dalam ruang yang lebih tinggi. Masalah 1-14 adalah asalnya masalah dalam ruang dimensi dua (2D), masalah ke-15 adalah dalam ruang dimensi tiga(3D), masalah ke-16 dalam ruang dimensi empat (4D) dan masalah ke-17 adalah masalah dalam ruang dimensi lima (5D).

Bab VII juga memberikan ringkasan keseluruhan dan kesimpulan penyelidikan. Ia juga mempersembahkan beberapa cadangan untuk penyelidik berikutnya.

Semua aturcara ditulis dengan menggunakan bahasa pengaturcaraan Borland's Turbo Pascal[®] 6.0 dalam komputer peribadi Hewlett Packard[®] Vectra 486/33VL di Universiti Pertanian Malaysia, 43400 UPM SERDANG, Selangor, Malaysia. Masa yang diambil adalah menggunakan prosedur "gettime" yang memang tersedia dalam bentuk "unit" dalam pengompil Turbo Pascal 6.0 ini.

BAB II

PENGATURCARAAN LINEAR DAN KAEDAH SIMPLEKS

Pengaturcaraan linear adalah suatu masalah yang biasanya diungkapkan sebagai peminimuman atau pemaksimuman suatu fungsi linear di atas satu set polihedral. Khusus untuk penulisan dalam tesis ini, kami akan menumpukan kepada masalah pemaksimuman sahaja. Ia adalah suatu teknik matematik yang memilih **aturcara** yakni senarai tindakan yang terbaik daripada satu set alternatif yang tersaur. Pengaturcaraan linear adalah aspek yang paling penting dalam pengaturcaraan matematik. Salah satu sebabnya ialah kerana banyak masalah dunia nyata, seperti masalah dalam bidang perakaunan, pentadbiran, pendidikan, politik, pengiklanan, pemasaran, kewangan, pengurusan, pengeluaran dan penjadualan boleh disesuaikan dan diselesaikan dengan teknik pengaturcaraan linear (Wu, 1981; Gass, 1977). Sebab yang lain adalah kerana PL mudah untuk diselesaikan jika dibandingkan dengan masalah pengaturcaraan tak linear.

Dalam bab ini, kita akan menerangkan matematik permulaan yakni aljabar linear yang diperlukan untuk lebih mudah memahami konsep PL dan kaedah simpleks yang digunakan untuk menyelesaikan PL tadi. Bab ini juga mempersembahkan penjanaaan **penyelesaian tersaur asas (PTA)** awal bagi membolehkan pelaksanaan kaedah simpleks. Di samping penerangan tentang kaedah Fasa I dan Kaedah M, yang biasa digunakan dalam penjanaaan PTA awal, kita akan memperkenalkan dan menerangkan dengan

terperinci suatu kaedah penjanaan yang menggunakan matriks kekangan terperluas. Di akhir bab ini, keputusan berangka akan diberikan sebagai perbandingan dan sebagai bukti keberkesanan kaedah yang dicadangkan. Sebelum itu perlu dijelaskan beberapa konsep aljabar linear untuk memudahkan perbincangan dalam bahagian-bahagian berikutnya.

Beberapa Konsep Aljabar Linear

Aljabar linear digunakan untuk menerangkan konsep PL kerana ianya memudahkan perbincangan dan pemahaman pembacaan bab ini khususnya dan tesis ini umumnya. Aljabar linear adalah juga alat yang penting bagi perkembangan kaedah simpleks yang termasyhur itu. Bahagian kecil yang berikut diperuntukkan bagi menjelaskan perkara tertentu dari aljabar linear yang diperlukan untuk pemahaman yang lebih berkesan. Konsep aljabar linear yang dibincangkan termasuk vektor dan matriks, set cembung dan hipersatah akan diterangkan menerusi wadah berupa bahagian kecil seperti berikut.

Vektor dan Matriks

Vektor diwakilkan oleh $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ dan matriks diwakilkan oleh $A = (a_{ij})_{m \times n}$. Hasil darab dalam antara vektor \mathbf{a} dan \mathbf{b} ditakrifkan sebagai

$$\mathbf{a}^T \mathbf{b} = \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n = \sum_{j=1}^n a_j b_j.$$

Perbincangan mendalam tentang perkara ini boleh dirujuk sebarang buku pengenalan aljabar linear atau bab-bab permulaan buku pengenalan PL.