

Pengiraan Persentil Taburan Panjang Larian bagi Carta Kawalan Purata Bergerak Berpemberat Eksponen Multivariat

¹B.C. Khoo & ²S.H. Quah

*Pusat Pengajian Sains Matematik, Universiti Sains Malaysia,
11800 USM, Pulau Pinang, Malaysia
E-mel: ¹mkbc@usm.my & ²shquah@cs.usm.my*

Diterima: 16 Januari 2001

ABSTRAK

Prabhu dan Runger (1997) telah mengemukakan cadangan dalam pemilihan parameter-parameter untuk skema carta kawalan purata bergerak berpemberat eksponen multivariat (MEWMA). Walau bagaimanapun, cadangan tersebut hanya berdasarkan prestasi panjang larian purata (average run length – ARL). Oleh itu, dalam makalah ini, kami akan mengira nilai-nilai persentil untuk taburan panjang larian bagi pelbagai skema carta kawalan MEWMA yang dikemukakan oleh Prabhu dan Runger (1997). Persentil-persentil yang dikira akan membekalkan maklumat tambahan seperti kekerapan isyarat luar kawalan palsu yang awal (early false out of control signals), panjang larian median (median run length – MRL) dan kepencongan taburan panjang larian untuk sesuatu skema tertentu. Maklumat-maklumat tambahan ini mungkin berguna dalam membekalkan jurutera kawalan mutu pengetahuan mendalam dan lengkap tentang sesuatu skema carta kawalan MEWMA yang dipilih berdasarkan cadangan Prabhu dan Runger (1997).

ABSTRACT

Prabhu and Runger (1997) provided recommendations for the selection of parameters of the MEWMA control chart schemes. However, the recommendations are only based on the average run length (ARL) performance. Therefore, in this work, we will compute the percentiles of the run length distribution for the various MEWMA control chart schemes of Prabhu and Runger (1997). The computed percentiles will provide extra information such as the frequency of early false out-of-control signals, the median run length (MRL) and the skewness of the run length distribution of a particular scheme. This extra information may be useful in providing quality control engineers with further knowledge of a particular MEWMA control chart scheme selected based on the recommendations of Prabhu and Runger (1997).

Kata kunci: Taburan panjang larian, panjang larian, MEWMA, ARL, MRL, parameter tak memusat

PENGENALAN

Penilaian prestasi skema-skema carta kawalan dengan hanya berdasarkan nilai ARL semakin menerima kritikan meluas. Sebaliknya, penggunaan nilai-nilai persentil untuk taburan panjang larian kian digalakkan (Barnard 1959; Bissell 1969; Klein 1996). Dalam Bahagian 4, kami akan membincangkan penggunaan nilai-nilai persentil untuk taburan panjang larian termasuk MRL sebagai

tambahan kepada ARL dalam penilaian prestasi skema carta kawalan MEWMA. Nilai-nilai persentil yang berlainan untuk semua skema carta kawalan MEWMA telah dikira dengan menggunakan SAS, versi 6.12.

CARTA KAWALAN MEWMA

Biarkan $X_1, X_2, \dots, X_p, \dots$, sebagai turutan cerapan-cerapan multivariat yang tertabur secara secaman dan tak bersandar (i.i.d.) antara satu sama lain dengan taburan normal multivariat $N_p(\mu_x, \Sigma_x)$ di mana μ_x dan Σ_x ialah masing-masing vektor min dan matriks kovarians untuk turutan vektor X . Statistik-statistik untuk carta kawalan MEWMA diberikan dalam persamaan berikut (Prabhu dan Runger 1997):

$$W_i = rX_i + (1-r)W_{i-1} \quad (1)$$

Untuk persamaan (1) di atas, W_0 ialah vektor sifar dengan dimensi- p dan r ($0 < r \leq 1$) merupakan parameter yang mengawal magnitud pelicinan. Carta kawalan MEWMA memberikan isyarat luar kawalan jika

$$Q_i = W_i' \Sigma_w^{-1} W_i > H \quad (2)$$

iaitu $H > 0$ merupakan had kawalan atas yang dipilih untuk memberikan nilai ARL dalam kawalan (ARL_0) yang diinginkan. Dalam kajian simulasi untuk mengira nilai-nilai persentil untuk taburan panjang larian bagi skema carta kawalan MEWMA, kami telah menggunakan nilai asimptot bagi matriks kovarians seperti berikut:

$$\Sigma_w = \left(\frac{r}{2-r} \right) \Sigma_x \quad (3)$$

PENGIRAAN NILAI-NILAI PERSENTIL

Lowry, Woodall, Champ dan Rigdon (1992) serta Montgomery (2001) telah menunjukkan bahawa prestasi carta kawalan MEWMA bergantung kepada μ hanya melalui punca kuasa dua nilai parameter tak memusat (noncentrality parameter),

$$\lambda^2 = (\mu - \mu_x)' \Sigma_x^{-1} (\mu - \mu_x) \quad (4)$$

iaitu μ_x dan μ ialah masing-masing vektor min yang nominal dan yang berubah untuk turutan cerapan-cerapan multivariat $X_1, X_2, \dots, X_p, \dots$. Untuk kajian simulasi yang dijalankan, dengan SAS, versi 6.12, vektor min nominal yang digunakan ialah vektor sifar, $\mu_x = (0, 0, \dots, 0)'$, manakala matriks kovarians yang digunakan ialah matriks identiti, $\Sigma_x = I$, dengan pekali korelasi, $\rho = 0$. Min

vektor di luar sasaran yang dipertimbangkan ialah $\mu = (\delta, 0, \dots, 0)'$. Oleh sebab prestasi carta MEWMA hanya bergantung pada magnitud perubahan vektor min dari μ_x kepada μ , iaitu λ , maka nilai ρ , μ dan Σ_x yang lain tidak dipertimbangkan. Dalam kajian simulasi yang dijalankan, pelbagai nilai λ yang berlainan dipertimbangkan.

Kami telah mengira nilai-nilai persentil untuk taburan panjang larian bagi skema carta kawalan MEWMA dengan dimensi $p = 2, 4$ dan 10 dan $\lambda = 0.0, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ dan 3.0 . Nilai-nilai persentil yang dikira termasuk persentil ke-0.1, 1, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 dan 90. Persentil ke-50 juga dikenali sebagai MRL. Nilai-nilai persentil yang dikira diberikan dalam Jadual 1, 2 dan 3 (sila lihat Lampiran) untuk $p = 2, 4$ dan 10 masing-masing.

PERBINCANGAN

ARL dalam kawalan untuk semua skema carta kawalan MEWMA mempunyai nilai yang serupa iaitu kira-kira 200. Ini dicapai dengan memilih had kawalan atas (H) yang sesuai untuk setiap skema.

Perhatikan bahawa MRL dalam kawalan untuk semua skema carta kawalan MEWMA bagi $p = 2, 4$ dan 10 adalah kurang daripada ARL dalam kawalan masing-masing. Misalnya, untuk $p = 2$ dan $r = 0.2$, MRL dalam kawalan menunjukkan bahawa setengah daripada semua panjang larian (run lengths) adalah kurang daripada atau sama dengan 139 walaupun ARL dalam kawalan memberikan nilai kira-kira 200. Untuk skema tersebut peratusan panjang larian yang kurang daripada atau sama dengan 200 terletak di antara 60 hingga 70 peratus. Sebenarnya, nilai MRL sentiasa kurang daripada nilai ARL bagi semua nilai λ untuk semua skema dalam Jadual 1, 2 dan 3. Walau bagaimanapun, perbezaan di antara MRL dan ARL semakin menyusut apabila nilai λ meningkat. Ini bermakna bahawa kepencongan taburan panjang larian semakin berkurangan apabila nilai λ meningkat. Oleh itu, tafsiran berdasarkan MRL adalah lebih bererti berbanding ARL kerana taburan panjang larian terutamanya untuk nilai-nilai λ yang kecil adalah pencong. Palm (1990) telah menunjukkan bahawa untuk taburan panjang larian yang pencong, median adalah lebih berguna berbanding purata sebagai ukuran memusat.

Pengiraan nilai-nilai persentil untuk taburan panjang larian bagi skema carta kawalan MEWMA juga membolehkan analisis kebarangkalian untuk isyarat luar kawalan palsu yang awal dijalankan sebaik sahaja sesuatu skema dipilih berdasarkan prestasi ARL. Isyarat luar kawalan palsu yang awal merupakan isyarat yang berhubung dengan panjang larian dalam kawalan yang kurang daripada ARL dalam kawalan. Ke kerapannya berlakunya isyarat luar kawalan palsu yang awal diberikan oleh nilai-nilai persentil dalam kawalan yang kecil. Sebagai contoh, untuk persentil ke-10, nilai panjang larian dengan $\lambda = 0.0$ dan $p = 2$ untuk $r = 0.05$ dan 0.8 ialah masing-masing 33 dan 21. Jelaslah bahawa dari segi isyarat luar kawalan palsu yang awal, skema dengan $r = 0.05$ adalah lebih baik daripada skema dengan $r = 0.8$ sebab nilai persentil ke-10 yang lebih tinggi menunjukkan bahawa kebarangkalian untuk skema dengan $r = 0.05$ memberikan

isyarat luar kawalan palsu yang awal adalah lebih rendah daripada skema dengan $r = 0.8$.

Sekarang pertimbangkan kes untuk persentil ke-5 dengan dimensi $p = 4$ bagi proses yang stabil, iaitu, $\lambda = 0$. Untuk situasi ini, nilai panjang larian semakin menyusut apabila nilai r kian bertambah besar. Misalnya, untuk $r \in \{0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1\}$, nilai-nilai panjang larian yang sepadan ialah 24, 18, 14, 14, 13, 13, 12, 11 dan 11 masing-masing, di mana nilai-nilai ini menunjukkan tren yang menurun. Oleh itu, jelaslah bahawa $r = 0.05$ memberikan perlindungan tertinggi terhadap ralat Jenis-I. Sebaliknya, $r = 1$ menyebabkan ralat Jenis-I yang tertinggi. Keputusan yang dipaparkan dalam Jadual 3 untuk dimensi $p = 10$ juga menunjukkan tren yang sama.

Sebenarnya, untuk sesuatu skema yang dipilih adalah diingini agar nilai semua panjang larian dalam kawalan melebihi atau sama dengan ARL dalam kawalan. Disebabkan ini merupakan sesuatu yang mustahil, maka matlamat yang berikutnya adalah supaya panjang larian dalam kawalan yang pendek berada sedekat yang mungkin dengan ARL dalam kawalan. Tujuannya adalah supaya kekerapan berlakunya isyarat luar kawalan palsu yang awal dapat dikurangkan untuk jangka masa yang panjang bagi sesuatu skema yang dipilih.

Skema carta kawalan MEWMA akan menjadi skema carta kawalan χ^2 Hotelling apabila nilai parameter pelicinan $r = 1$. Berdasarkan Jadual 1, 2 dan 3, sungguhpun semua skema mempunyai ARL dalam kawalan yang sama tetapi taburan panjang larian untuk skema carta kawalan MEWMA agak berbeza dengan skema carta kawalan χ^2 Hotelling terutamanya untuk nilai-nilai r yang kecil.

KESIMPULAN

Makalah ini telah menunjukkan kepentingan menggunakan nilai-nilai persentil untuk taburan panjang larian sebagai kriteria tambahan dalam penilaian prestasi sesuatu skema carta kawalan MEWMA yang dipilih berdasarkan prestasi ARL. Antara kepentingan kriteria tambahan ini ialah memberikan maklumat tambahan tentang kebarangkalian sesuatu proses mempunyai panjang larian yang kurang daripada suatu nilai tertentu bagi gabungan nilai λ , r dan p yang berlainan di samping menjelaskan kepada jurutera kawalan kualiti tentang kelemahan ARL dalam penilaian prestasi carta kawalan MEWMA. Makalah ini juga bertujuan untuk menggalakkan jurutera kualiti menggunakan MRL dalam menilai prestasi carta MEWMA dan meyakinkan mereka tentang kelebihan MRL. Satu lagi kepentingan yang perlu dinyatakan ialah kaedah yang dicadangkan membolehkan analisis kebarangkalian isyarat luar kawalan palsu yang awal dijalankan untuk suatu skema carta MEWMA yang dipilih. Perbincangan tambahan tentang penggunaan nilai-nilai persentil dalam penilaian prestasi carta-carta kawalan diberikan oleh Barnard (1959), Bissell (1969) dan Klein (1996).

RUJUKAN

BARNARD, G. A. 1959. Control charts and stochastic processes. *Journal of the Royal Statistical Society* **21(B)**: 239–271.

BISSELL, A. F. 1969. CUSUM techniques for quality control. *Applied Statistics* **18**: 1–30.

KLEIN, M. 1996. Composite Shewhart-EWMA statistical control schemes. *IIE Transactions* **28**: 475–481.

LOWRY, C. A., W. H. WOODALL, C. W. CHAMP and S. E. RIGDON. 1992. Multivariate exponentially weighted moving average control chart. *Technometrics* **34**: 46–53.

MONTGOMERY, D. C. 2001. *Introduction to Statistical Quality Control*. 4th ed. New York: John Wiley & Sons.

PALM, A. C. 1990. Tables of run length percentiles for determining the sensitivity of shewhart control charts for averages with supplementary runs rules. *Journal of Quality Technology* **22**: 289–298.

PRABHU, S. S. and G. C. RUNGER. 1997. Designing a multivariate EWMA control chart. *Journal of Quality Technology* **29(1)**: 8–15.

LAMPIRAN

JADUAL 1

ARL dan nilai-nilai persentil untuk taburan panjang larian bagi skema-skema carta kawalan MEWMA dengan $p = 2$

λ	r	H	ARL	0.001	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0	0.05	7.37	200.19	8	13	23	33	55	80	109	144	183	238	312	446.5
	0.10	8.64	200.17	5	8	17	28	51	76	105	141	185	239.5	321	454.5
	0.20	9.64	200.36	3	6	15	25	48	74	105	139	183	241	321	459
	0.30	10.08	199.78	2	5	13	24	48	74	104	140	184	242	318	456
	0.40	10.33	200.48	2	4	13	24	47	73	103	138	184	240	318	454
	0.50	10.45	200.23	2	4	12	23	46	74	105	140	184	239.5	318	455
	0.60	10.53	200.03	1	3	12	22.5	46	74	105	141	183	239	320	453
	0.80	10.57	199.66	1	3	11	21	44	71	102	138	181	239.5	320	460
	1.00	10.61	199.89	1	3	11	22	45	70	101	139	184	242	326	458
0.2	0.05	7.37	85.52	7	10	16	21	31	41	52	65	80	101	130	176
	0.10	8.64	98.44	4	7	13	18	29	42	56	72	92	117	153	211
	0.20	9.64	118.11	3	5	11	16	30	45	63	84	109	143	186	265
	0.30	10.08	133.24	2	4	10	17	32	50	71	95	123	160	212	301
	0.40	10.33	147.29	2	3	10	17	35	55	78	104	133	176	236	334.5
	0.50	10.45	154.34	2	3	10	18	36	57	81	108	140	184	250	353.5
	0.60	10.53	161.84	1	3	10	18	38	59	84	114	147	192	261	372
	0.80	10.57	169.38	1	3	9	18	38	61	89	119	156	203	276	388
	1.00	10.61	180.38	1	2	9	19	39	63	92	125	166	218	293	412
0.5	0.05	7.37	26.76	5	7	10	12	14	17	20	23	27	31	37	47
	0.10	8.64	27.99	4	5	8	9	13	16	19	23	27	33	40	53
	0.20	9.64	34.65	2	4	6	8	12	16	21	26	33	41	53	73
	0.30	10.08	43.72	2	3	6	8	13	18	24	32	41	52	69	96
	0.40	10.33	53.56	2	3	5	8	14	21	29	38	49	65	86	120
	0.50	10.45	63.96	1	2	5	9	16	24	34	46	59	77	103	144
	0.60	10.53	74.33	1	2	5	9	18	28	40	54	69	89	119	165
	0.80	10.57	94.38	1	2	5	11	22	35	50	67	87	115	149	216
	1.00	10.61	116.16	1	2	6	12	26	42	60	81	106	140	187	267
1.0	0.05	7.37	11.30	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	17
	0.10	8.64	10.21	3	4	5	5	6	7	8	9	10	12	13	16
	0.20	9.64	10.28	2	3	4	4	5	6	7	9	10	12	14	18
	0.30	10.08	11.36	2	2	3	4	5	6	8	9	11	13	17	22
	0.40	10.33	13.27	1	2	3	4	5	7	8	10	13	16	20	27
	0.50	10.45	15.77	1	2	3	3	5	7	9	12	15	19	24	34
	0.60	10.53	19.12	1	1	2.5	4	6	8	11	14	18	23	30	42
	0.80	10.57	28.13	1	1	2	4	7	11	15	20	26	34	45	64
	1.00	10.61	42.06	1	1	3	5	10	15	21	29	39	51	68	96

Pengiraan Persentil Taburan Panjang Larian bagi Carta Kawalan MEWMA

Jadual 1 - Sambungan

λ	r	H	ARL	0.001	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1.5	0.05	7.37	7.16	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	9	10
	0.10	8.64	6.10	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	8	9
	0.20	9.64	5.49	2	2	3	3	4	4	4	5	6	6	7	9
	0.30	10.08	5.48	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	7	9
	0.40	10.33	5.77	1	1	2	2	3	4	4	5	6	7	8	10
	0.50	10.45	6.38	1	1	2	2	3	4	4	5	6	7	9	12
	0.60	10.53	7.22	1	1	2	2	3	4	5	6	7	8	11	15
	0.80	10.57	10.21	1	1	1	2	3	4	6	7	9	12	16	22
	1.00	10.61	15.81	1	1	1	2	4	6	8	11	15	19	26	36
2.0	0.05	7.37	5.29	3	3	4	4	4	5	5	5	5	6	6	7
	0.10	8.64	4.42	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5	6
	0.20	9.64	3.76	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5
	0.30	10.08	3.54	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	5
	0.40	10.33	3.53	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	6
	0.50	10.45	3.60	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5	6
	0.60	10.53	3.83	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5	7
	0.80	10.57	4.69	1	1	1	1	2	2	3	4	4	5	7	10
	1.00	10.61	6.85	1	1	1	1	2	3	4	5	6	8	11	15
2.5	0.05	7.37	4.23	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5
	0.10	8.64	3.50	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	5
	0.20	9.64	2.92	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4
	0.30	10.08	2.67	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	4
	0.40	10.33	2.56	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	4
	0.50	10.45	2.50	1	1	1	1	2	2	2	2	2.5	3	3	4
	0.60	10.53	2.51	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	4
	0.80	10.57	2.75	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4	5
	1.00	10.61	3.51	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	5	7
3.0	0.05	7.37	3.55	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4
	0.10	8.64	2.92	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4
	0.20	9.64	2.41	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3
	0.30	10.08	2.19	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3
	0.40	10.33	2.05	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3
	0.50	10.45	1.95	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3
	0.60	10.53	1.90	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3
	0.80	10.57	1.90	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3
	1.00	10.61	2.14	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	4

JADUAL 2
 ARL dan nilai-nilai persentil untuk taburan panjang larian bagi
 skema-skema carta kawalan MEWMA dengan $p = 4$

λ	r	H	ARL	0.001	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0	0.05	11.26	199.85	9	14	24	35	56	81	109	144	184	237	311	439
	0.10	12.79	200.10	6	9	18	28	51	77	106	140	183	238	318	447
	0.20	13.89	200.24	4	6	14	25	48	74.5	104	139	183	243	322.5	460
	0.30	14.35	199.85	3	5	14	25	47	73	103	140	183	244	322.5	457
	0.40	14.59	199.99	2	4	13	24	48	75	105	140	183	241	320	461
	0.50	14.71	199.89	2	4	13	24	47	74	106	140	183	240	319	459.5
	0.60	14.80	199.89	1	4	12	23	48	74	105	140	185	241	319	459
	0.80	14.85	200.05	1	3	11	22	47	74	105	142	186	243	321	453
	1.00	14.86	200.74	1	2	11	22	47	73.5	103	139	183.5	239	323	459
0.2	0.05	11.26	100.96	8.5	12	19	25	36	48	61	76	93	118	152	212
	0.10	12.79	117.56	5	8.5	14	21	34	48	65	85	108	139	184	258
	0.20	13.89	139.38	3	5	11	19	35	52	73	97	126	165	224	318
	0.30	14.35	153.81	3	5	11	18	36	57	80	109	140	186	247	349
	0.40	14.59	164.87	2	4	11	19	39	61	86	117	151	198	261	373
	0.50	14.71	169.87	1	4	11	20	40	63	89	121	155	204	269	387
	0.60	14.80	176.30	1	3	11	20	41	65.5	92	124	162	214	283	399
	0.80	14.85	184.82	1	3	10.5	21	42	67	95	129	173	224	294	421
	1.00	14.86	189.68	1	2	11	21	43	69	97	133	174	228	302	433.5
0.5	0.05	11.26	32.14	7	9	12	14	18	21	24	28	32	37	44	56
	0.10	12.79	35.12	5	6	9	11	16	19	23	28	34	41	51	68
	0.20	13.89	46.17	3	4	7	10	15	20	27	34	43	55	71	98
	0.30	14.35	59.04	2	4	7	10	17	24	32	42	54	70	92	129
	0.40	14.59	72.89	2	3	6	10	19	28	39	51	67	88	115	164
	0.50	14.71	85.93	1	3	7	11	21	32	45	60	79	103	136	195
	0.60	14.80	97.71	1	3	7	12	23	36	50	67	89	117	155	224
	0.80	14.85	119.58	1	2	7	14	27	43	62	84	110	144	192	274
	1.00	14.86	139.94	1	2	8	15	32	51	73	98	129	170	225	320
1.0	0.05	11.26	13.49	5	6	7	8	10	11	12	13	14	15	17	20
	0.10	12.79	12.23	3	4	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20
	0.20	13.89	12.67	2	3	4	5	7	8	9	11	12	15	18	23
	0.30	14.35	14.72	2	3	4	5	6	8	10	12	14	17	22	29
	0.40	14.59	17.99	2	2	3	4	6	8	11	14	17	21	27	38
	0.50	14.71	22.20	1	2	3	4	7	9	13	16	20	26	34	48
	0.60	14.80	28.06	1	2	3	5	8	11	15	20	26	33	44	63
	0.80	14.85	42.61	1	1	3	6	11	16	23	30	40	51	67	96
	1.00	14.86	61.67	1	1	4	7	15	22	32	42	56	74	99	142

Pengiraan Persentil Taburan Panjang Larian bagi Carta Kawalan MEWMA

Jadual 2 - Sambungan

λ	r	H	ARL	0.001	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1.5	0.05	11.26	8.57	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	10	12
	0.10	12.79	7.26	3	3	4	5	5	6	6	7	7	8	9	10
	0.20	13.89	6.57	2	2	3	4	4	5	5	6	7	7	9	10
	0.30	14.35	6.68	2	2	3	3	4	4	5	6	7	8	9	11
	0.40	14.59	7.33	1	2	2	3	4	4	5	6	7	8	10	14
	0.50	14.71	8.38	1	2	2	3	4	4	5	7	8	10	12	16
	0.60	14.80	10.11	1	1	2	3	4	5	6	8	9	12	15	21
	0.80	14.85	15.18	1	1	2	3	4	6	8	11	14	18	24	34
	1.00	14.86	24.49	1	1	2	3	6	9	13	17	23	30	39	55
2.0	0.05	11.26	6.33	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	7	8
	0.10	12.79	5.21	2	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	7
	0.20	13.89	4.43	2	2	3	3	3	3	4	4	4	5	6	6
	0.30	14.35	4.20	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	5	6
	0.40	14.59	4.24	1	1	2	2	3	3	3	4	4	5	6	7
	0.50	14.71	4.50	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5	6	8
	0.60	14.80	4.95	1	1	2	2	2	3	3	4	5	6	7	9
	0.80	14.85	6.73	1	1	1	2	2	3	4	5	6	8	10	14
	1.00	14.86	10.60	1	1	1	2	3	4	6	8	10	13	17	24
2.5	0.05	11.26	5.06	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6
	0.10	12.79	4.11	2	2	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5
	0.20	13.89	3.38	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	5
	0.30	14.35	3.11	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4
	0.40	14.59	3.00	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	4	5
	0.50	14.71	2.99	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	5
	0.60	14.80	3.09	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	5
	0.80	14.85	3.67	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4	5	7
	1.00	14.86	5.26	1	1	1	1	2	2	3	4	5	6	8	11
3.0	0.05	11.26	4.24	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5
	0.10	12.79	3.42	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4
	0.20	13.89	2.77	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4
	0.30	14.35	2.49	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3
	0.40	14.59	2.34	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3
	0.50	14.71	2.26	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3
	0.60	14.80	2.22	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	4
	0.80	14.85	2.34	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4
	1.00	14.86	2.94	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	4	6

JADUAL 3
 ARL dan nilai-nilai persentil untuk taburan panjang larian bagi
 skema-skema carta kawalan MEWMA dengan $p = 10$

λ	r	H	ARL	0.001	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0	0.05	20.72	200.45	11.5	17	28	39	61	85	113	145	185	239	308	436
	0.10	22.68	200.27	7	11	20	31	54	81	107	141	183	238	317	453
	0.20	24.06	200.27	4	7	15	25.5	50	77	106	140	183	239	320	458
	0.30	24.57	199.84	3	6	14	25	49	75	105	139	181	238	320	465
	0.40	24.87	199.74	2	5	13	24	47	74	104	139	181	240	320	464.5
	0.50	25.03	200.25	2	4	12	23	45	72	103	140	183	241	319	464
	0.60	25.11	200.13	1	4	12	22	44	71	103	139	183	241	317.5	462.5
	0.80	25.18	199.76	1	3	11	21	44	69	100	137	181	237	320	460
	1.00	25.20	200.20	1	3	11	22	45.5	71	101	138	182	238	318	461
0.2	0.05	20.72	123.00	11	16	24	30	45	59	75	94	115	144	184	257
	0.10	22.68	139.78	6	10	18	25	41	58	78	101	130	164	218	305
	0.20	24.06	161.39	4	7	13	22	42	63	86	113	147	191	256	369
	0.30	24.57	169.64	3	5	12	22	42	64	89	118	154	204	272	385.5
	0.40	24.87	176.99	2	4	11	21	41	65	91.5	123	160	211	283.5	412
	0.50	25.03	182.90	2	4	11	21	41	67	94	127	167	218	292	422
	0.60	25.11	186.32	1.5	3	10	21	41	66	95	129	170	222	299	431
	0.80	25.18	189.41	1	3	10	20	41	66	95	130	173	226	303	437
	1.00	25.20	193.40	1	3	11	21	44	69	99	135	177	233	310	443
0.5	0.05	20.72	42.62	9	12	16	19	23	27	32	36	42	49	58	75
	0.10	22.68	48.72	6	8	12	15	20	26	31	38	46	57	72	97
	0.20	24.06	67.68	3.5	6	9	13	20	28	38	49	63	81	105	148
	0.30	24.57	85.25	3	4	8	13	22	33	46	61	79	102	135	188
	0.40	24.87	101.45	2	4	8	13	25	37	53	71	93	122	161	230
	0.50	25.03	114.27	2	3	8	14	27	41	59	80	105	137	181	258
	0.60	25.11	126.24	1	3	8	14	28	45	65	87	115	152	201	289
	0.80	25.18	146.74	1	2	8	16	33	52	75	101	134	175	235	340
	1.00	25.20	161.95	1	2	9	17	36	58	84	113.5	147	192	259	380
1.0	0.05	20.72	17.52	6.5	8	10	11	13	14	15	16	18	20	22	25
	0.10	22.68	16.08	4	6	7	9	10	11	13	14	16	18	21	26
	0.20	24.06	18.00	3	4	5	7	9	10.5	12	15	17	21	26	34
	0.30	24.57	22.65	2	3	5	6	8	11	14	17	22	27	34	46
	0.40	24.87	29.11	2	3	4	6	9	12	16	21	27	35	45	62
	0.50	25.03	37.33	2	2	4	6	10	15	20	26	34	44	58	83
	0.60	25.11	46.75	1	2	4	6	12	18	25	33	42	56	74.5	106
	0.80	25.18	68.77	1	2	5	8	16	25	35	48	63	83	110	155
	1.00	25.20	92.53	1	1	5	10.5	21	34	48	65	86	111	149	211

Pengiraan Persentil Taburan Panjang Larian bagi Carta Kawalan MEWMA

Jadual 3 - Sambungan

λ	r	H	ARL	0.001	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
1.5	0.05	20.72	11.08	5	6	7	8	9	9	10	11	11	12	13	15
	0.10	22.68	9.28	4	4.5	5	6	7	7	8	9	9	10	12	13
	0.20	24.06	8.62	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	14
	0.30	24.57	9.31	2	3	3	4	5	6	7	8	9	11	13	17
	0.40	24.87	10.89	2	2	3	4	5	6	7	9	10	13	16	21
	0.50	25.03	13.47	1	2	3	4	5	6	8	10	13	16	20	28
	0.60	25.11	17.15	1	2	3	4	5	7	10	12	16	20	27	37
	0.80	25.18	27.83	1	1	2	4	7	10	15	20	25	33	44	63
	1.00	25.20	44.75	1	1	3	5	10	16	23	31	41	54	72	104
2.0	0.05	20.72	8.17	5	5	6	6	7	7	8	8	8	9	9	10
	0.10	22.68	6.58	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	8	9
	0.20	24.06	5.58	2	3	3	3	4	4	5	5	6	6	7	8
	0.30	24.57	5.44	2	2	3	3	3	4	4	5	5	6	7	9
	0.40	24.87	5.75	1	2	2	3	3	4	4	5	6	7	8	10
	0.50	25.03	6.49	1	2	2	3	3	4	5	5	6	7	9	12
	0.60	25.11	7.65	1	1	2	2	3	4	5	6	7	9	11	15
	0.80	25.18	11.94	1	1	2	2	4	5	7	9	11	14	18	26
	1.00	25.20	20.55	1	1	1	3	5	7	11	14	19	24	33	47
2.5	0.05	20.72	6.52	4	4	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8
	0.10	22.68	5.16	3	3	4	4	4	5	5	5	5	6	6	7
	0.20	24.06	4.21	2	2	3	3	3	4	4	4	4	5	5	6
	0.30	24.57	3.89	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	6
	0.40	24.87	3.82	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4	5	6
	0.50	25.03	3.99	1	1	2	2	2	3	3	3	4	5	5	7
	0.60	25.11	4.35	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5	6	8
	0.80	25.18	5.99	1	1	1	2	2	3	4	5	6	7	9	12
	1.00	25.20	9.93	1	1	1	2	3	4	5	7	9	12	16	22
3.0	0.05	20.72	5.45	3	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	7
	0.10	22.68	4.28	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5
	0.20	24.06	3.41	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4
	0.30	24.57	3.06	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4
	0.40	24.87	2.92	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4
	0.50	25.03	2.89	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	4	4
	0.60	25.11	2.96	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	5
	0.80	25.18	3.49	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4	5	7
	1.00	25.20	5.19	1	1	1	1	2	2	3	4	5	6	8	11